Opérateurs naturels en Programmation Logique Inductive

Fabien Torre & Céline Rouveirol

Groupe Inférence et Apprentissage
Laboratoire de Recherche en Informatique
Université Paris-Sud, Orsay

Plan de la présentation

– Les opérateurs classiques ne permettent pas un élagage dynamique par rapport aux biais de langage.

– Définition de nouveaux pré-ordres, les *relations naturelles*, qui permettent cet élagage.

– Un opérateur idéal [van der Laag and Nienhuys-Cheng, 1994] peut-il exister pour les relations naturelles ?

– Conclusion, Perspectives.

Programmation Logique Inductive

Exemples et hypothèses sont des clauses définies.

[Muggleton and Raedt, 1994] : Étant donnés E^+ (des exemples positifs) et E^- (des exemples négatifs) pour le concept cible, et une théorie du domaine B, trouver une hypothèse H telle que

$$\forall e^+ \in E^+ : \quad B \cup H \models e^+ \quad (H \text{ est complète}) \ ,$$
$$\forall e^- \in E^- : \quad B \cup H \not\models e^- \quad (H \text{ est correcte}) \ .$$

Exemple : le concept grand-père

pa(A,B) $\leftarrow$ p(A,B) *(pa=parent, p=père, m=mère)*

pa(A,B) $\leftarrow$ m(A,B)

gp(abraham,bart) $\leftarrow$ p(abraham,homer),p(homer,bart)

gp(grampa-bouvier,bart) $\leftarrow$ p(grampa-bouvier,marge),m(marge,bart)

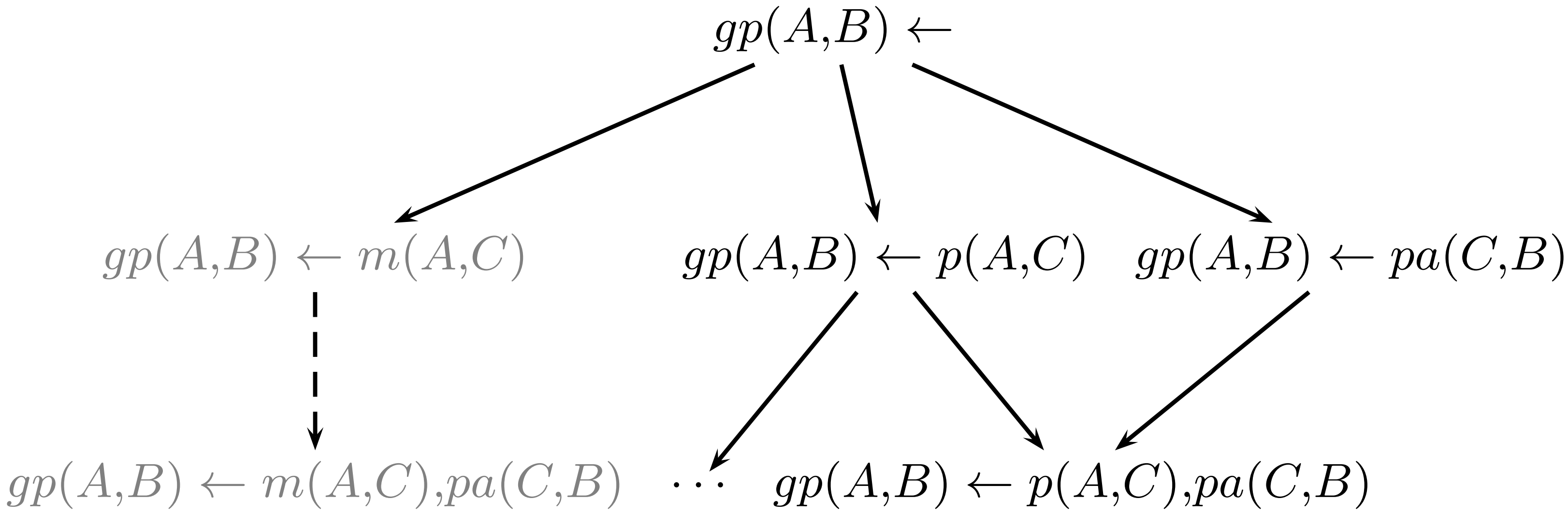
$\leftarrow$ gp(mona,bart),m(mona,homer),p(homer,bart)

$\leftarrow$ gp(jackie,bart),m(jackie,marge),m(marge,bart)

gp(A,B) $\leftarrow$ p(A,C),pa(C,B)

Opérateurs de raffinement & Élagage

Exemple : ajout d'un littéral.



[Mitchell, 1982] : La recherche doit respecter un ordre de généralité pour permettre un élagage par rapport à la couverture des exemples.

Biais de langage

- [Mitchell, 1991] : Les biais sont *nécessaires* à l'apprentissage (qualité des résultats et efficacité).
- Biais de langage : contraintes sur la syntaxe des hypotheses.
  - champ réduit, connexion,
  - borne sur la taille, le nombre de variables, la profondeur, etc.
- Ces biais ne rendent pas la recherche plus efficace : l'élagage dynamique est généralement impossible par rapport à ces contraintes.

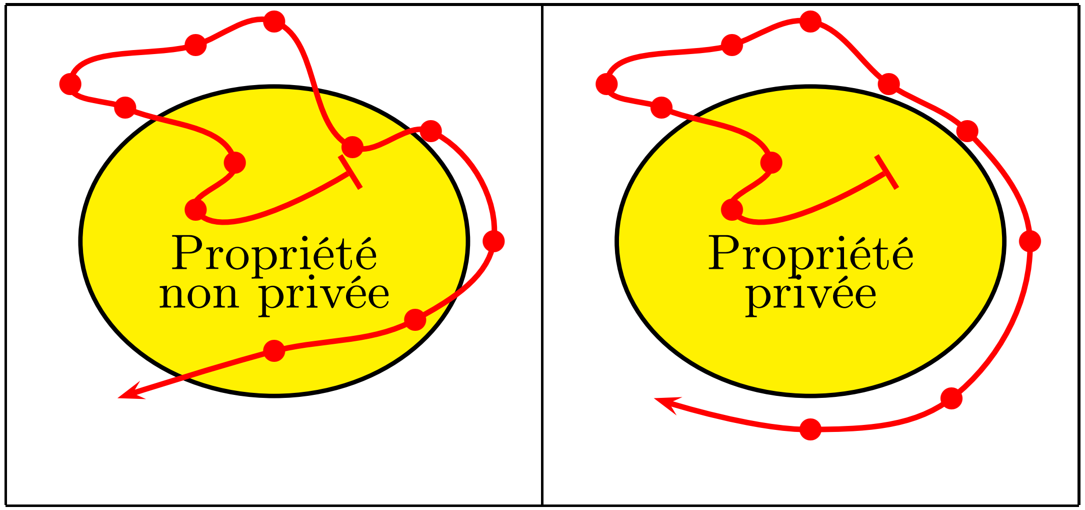
Exemple (suite)

$$\begin{tikzcd}
 & gp(A,B) \leftarrow \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] & \\
gp(A,B) \leftarrow m(A,C) & gp(A,B) \leftarrow p(A,C) \arrow[dl] \arrow[d] & gp(A,B) \leftarrow pa(C,B) \arrow[dl] \\
\cdots & gp(A,B) \leftarrow p(A,C),pa(C,B) &
\end{tikzcd}$$

Biais de langage : champ réduit.

P_1 : couverture de e^+ P_2 : rejet de e^- P_3 : champ réduit

Propriétés Privées



Définition 1 (propriété privée) *Une propriété P est dite* privée *par rapport à une relation $\mathcal{R}$ si et seulement si*

$$H \,\mathcal{R}\, H' \wedge \overline{P(H)} \Rightarrow \overline{P(H')}$$

$\mathcal{R}$ = ajout, P = couverture de e^+ ou P = taille bornée.

Relations naturelles

Relation naturelle d'une propriété P : une relation, la plus large possible, pour laquelle P est privée.

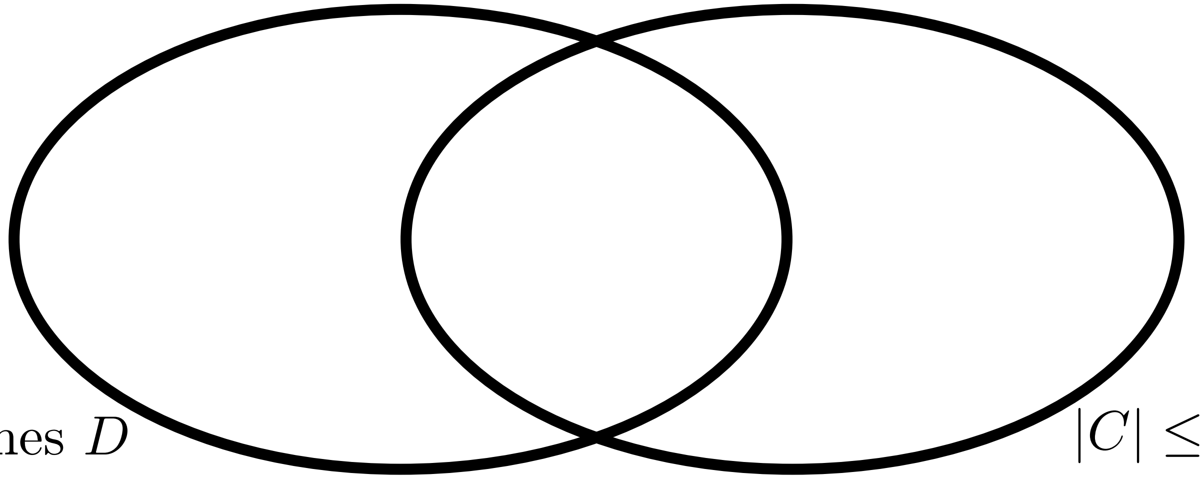
- La relation naturelle d'une propriété P est unique et toute relation qui rend P privée est incluse dans cette relation naturelle.
- Deux hypothèses C et D sont en relation naturelle pour une propriété $f(H)\,\mathcal{R}\,k$ si et seulement si $f(C)\,\mathcal{R}\,f(D)$.

$$H \models e^{+} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; C \models D$$

$$|H| \leq_{\mathbb{N}} 5 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; |C| \leq_{\mathbb{N}} |D|$$

Conjonctions de propriétés

H θ-subsume e^+ et $|H| \leq k$.



C θ-subsumes D

$|C| \leq |D|$

Définition 2 *C θ-subsume D si et seulement si il existe une substitution θ telle que $C\theta \subseteq D$.*

Opérateurs idéaux

[van der Laag and Nienhuys-Cheng, 1994]

Définition 3 (idéalité) *Un opérateur $\mathcal{O}$ est* idéal *s'il est à la fois localement fini, strict et complet.*

Localement fini : $\mathcal{O}(H)$ est calculable ;

Strict : $\mathcal{O}(H)$ ne contient aucune clause équivalente à H ;

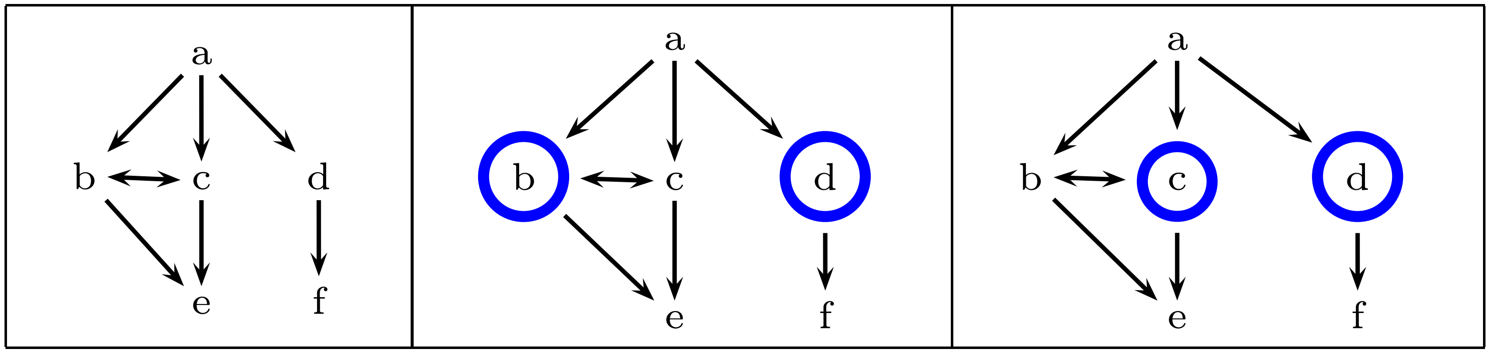
Complet : $\mathcal{O}^*(H)$ contient toutes les clauses comparables à H.

Les opérateurs idéaux n'existent pas sous θ-subsumption ou implication logique.

Couvertures

Définition 4 (couverture) *C couvre D si $C > D$ et il n'existe pas de E telle que $C > E > D$. C est une couverture supérieure de D, D un couverture inférieure de C.*

Définition 5 (ensemble couvrant) *Un ensemble couvrant inférieur (resp. supérieur) d'une clause C est un ensemble maximal de couvertures inférieures (resp. supérieures) de C, incomparables entre elles.*

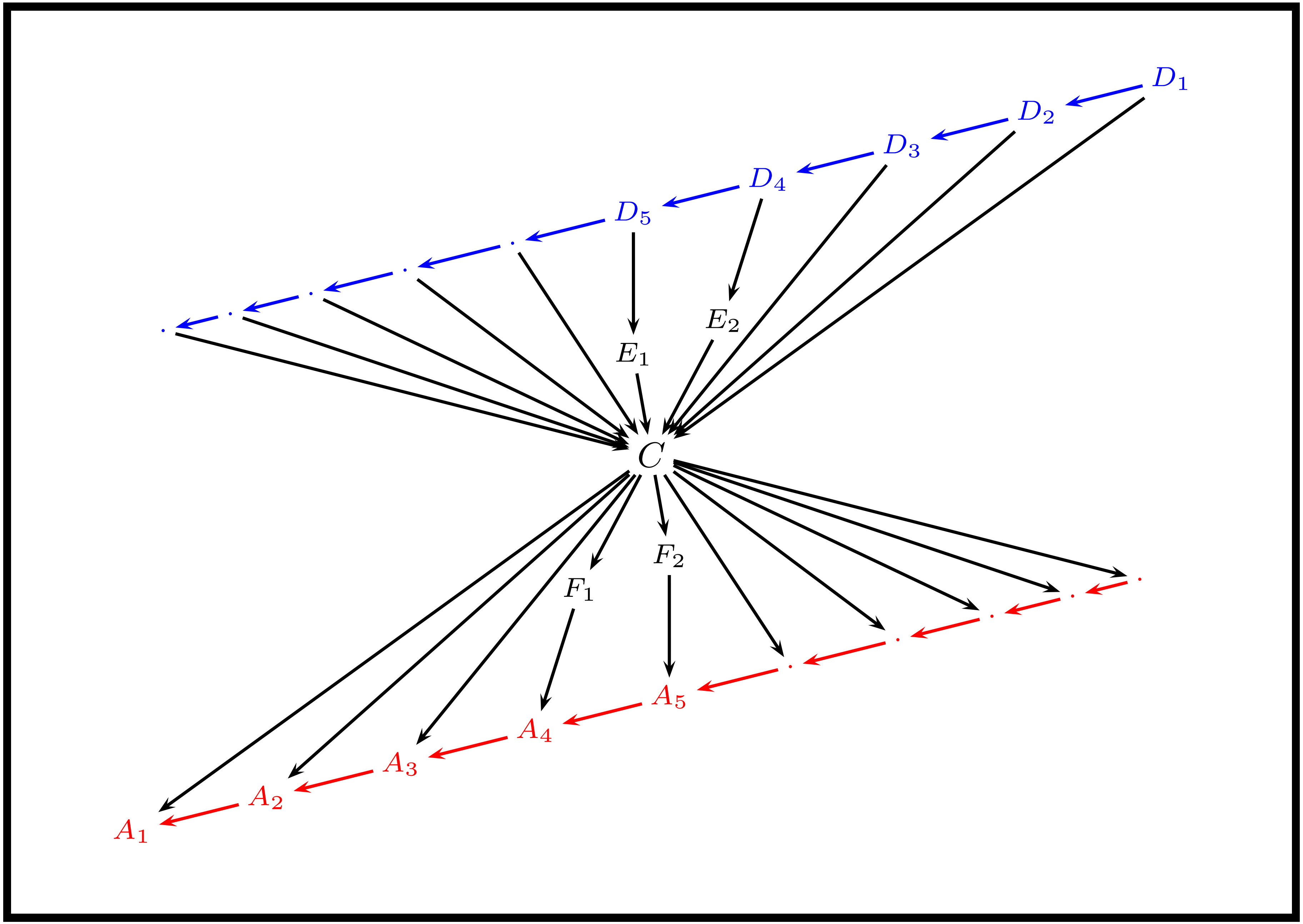


Non-existence

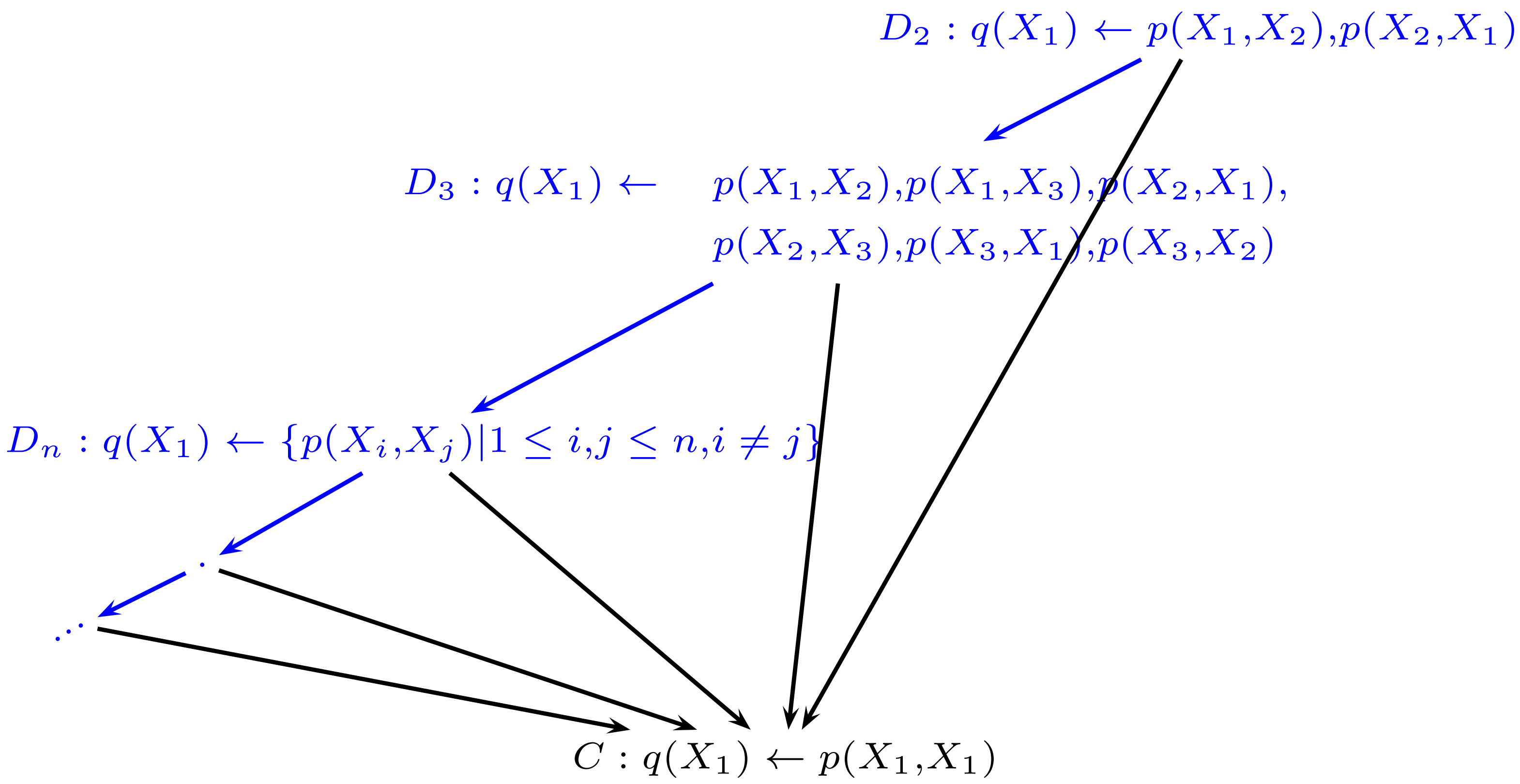
Un opérateur idéal calcule au moins un ensemble couvrant.

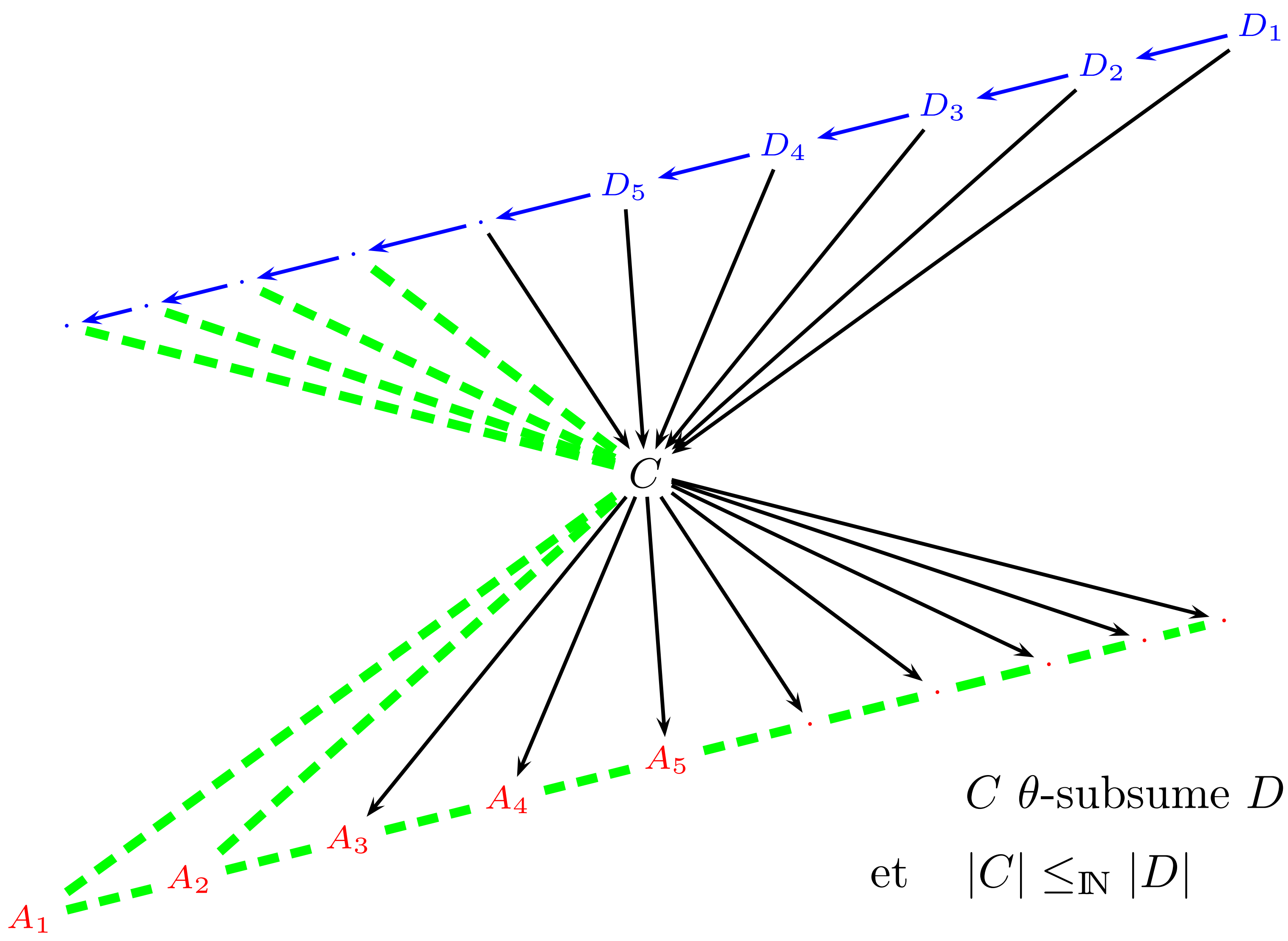
Par suite, il y a deux problèmes possibles.

1. L'ensemble couvrant n'est pas défini, il y a une chaîne infinie non couverte.
2. L'ensemble couvrant est infini, un opérateur complet n'est pas calculable.


D_1
D_2
D_3
D_4
D_5
E_1
E_2
C
F_1
F_2
A_1
A_2
A_3
A_4
A_5

$$\begin{cases} C & : q(X_1) \leftarrow p(X_1,X_1) \ , \\ D_n & : q(X_1) \leftarrow \{p(X_i,X_j) | 1 \leq i,j \leq n, i \neq j\} \ . \end{cases}$$





C θ-subsume D

et $\quad |C| \leq_{\mathbb{N}} |D|$

Ensembles couvrants infinis

C θ-subsume D et $\mathrm{NVars}(C) \leq_{\mathbb{N}} \mathrm{NVars}(D)$

$$
\begin{tikzcd}
 & & q \leftarrow \arrow[dll] \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] \arrow[drr] & & \\
q \leftarrow p(a) & q \leftarrow p(f(a)) & \cdots & q \leftarrow p(f^i(a)) & \cdots
\end{tikzcd}
$$

Un opérateur idéal : $\rho_{||}^{\theta}(C)$

1. Ajouter à C un littéral dont les arguments sont de nouvelles variables distinctes.
2. Unifier deux variables X_1 et X_2 de C, telles que $C >^{\theta} C\{X_1/X_2\}$. Si la taille de la clause-résultat a diminué, ajouter un littéral ne contenant que des nouvelles variables.
3. Appliquer l'une des précédentes transformations (1, 2) sur une clause équivalente à C (θ-équivalente et de même taille).
4. Appliquer la transformation 1 sur un sous-ensemble de C θ-équivalent à C, l'un des nouveaux littéraux utilisant un symbole de prédicat qui n'apparaissait pas dans C.

Conclusion

– Élagage dynamique par rapport aux biais de langage basé sur l'utilisation de nouveaux pré-ordres : les *relations naturelles*.

– Existence d'opérateurs idéaux pour des espaces non réduits ordonnés par les relations naturelles.

Autres travaux :
- [Shapiro, 1981]
- [Champesme et al., 1995, Esposito et al., 1996]

Perspectives : considérer d'autres familles d'opérateurs (opérateurs *optimaux* de [De Raedt and Bruynooghe, 1993]).

Références

[Champesme et al., 1995] Champesme, M., Brézellec, P., and Soldano, H. (1995). Empirically conservative search space reductions. In Raedt, L. D., editor, *Proceedings of the 5th International Workshop on Inductive Logic Programming*, pages 387–402. Department of Computer Science, Katholieke Universiteit Leuven.

[De Raedt and Bruynooghe, 1993] De Raedt, L. and Bruynooghe, M. (1993). A theory of clausal discovery. pages 1058–1063. Morgan Kaufmann.

[Esposito et al., 1996] Esposito, F., Laterza, A., Malerba, D., and Semeraro, G. (1996). Refinement of datalog programs. In *Proceedings of the MLnet Familiarization Workshop on Data Mining with Inductive Logic Programming (ILP for KDD)*, pages 73–94.

[Mitchell, 1982] Mitchell, T. M. (1982). Generalization as search. *Artificial Intelligence*, 18:203–226.

[Mitchell, 1991] Mitchell, T. M. (1991). The need for biases in learning generalizations. In *Readings in Machine Learning*. Morgan Kaufmann.

[Muggleton and Raedt, 1994] Muggleton, S. and Raedt, L. D. (1994). Inductive logic programming: Theory and methods. *Journal of Logic Programming*, 19:629–679.

[Shapiro, 1981] Shapiro, E. Y. (1981). Inductive inference of theories from facts. Technical Report 192, Yale University Department of Computer Science.

[van der Laag and Nienhuys-Cheng, 1994] van der Laag, P. and Nienhuys-Cheng, S. (1994). Existence and nonexistence of complete refinement operators. In Bergadano, F. and de Raedt, L., editors, *Proceedings of the 7th European Conference on Machine Learning*, volume 784 of *Lecture Notes in Artificial Intelligence*, pages 307–322. Springer-Verlag.