

Slide 1

**Intégration des biais de langage  
à l'algorithme générer-et-tester**

**Contributions à l'apprentissage disjonctif**

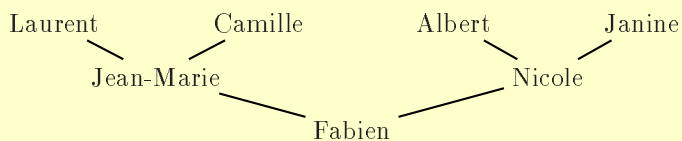
**FABIEN TORRE**

Équipe Inférence et Apprentissage  
Laboratoire de Recherche en Informatique  
Université Paris-Sud, Orsay

28 janvier 2000

Slide 2

**APPRENTISSAGE SUPERVISÉ : GRAND-PÈRE**



**Entrées** (Laurent,Fabien) et (Albert,Fabien) sont des exemples,  
(Camille,Fabien) et (Janine,Fabien) des contre-exemples

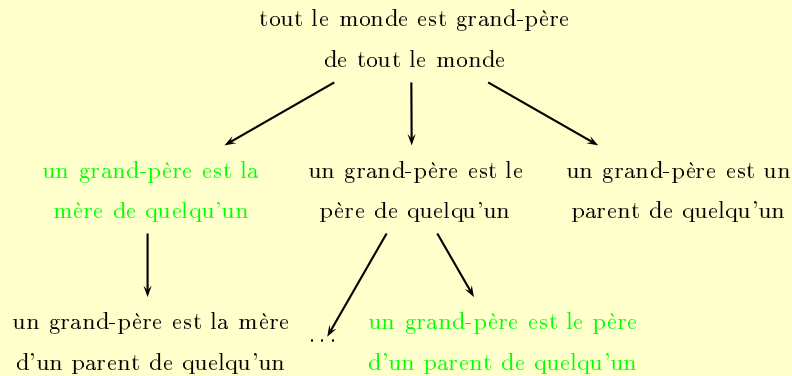
Trouver une hypothèse couvrant les premiers, pas les seconds.

$(A, B)$  appartient au concept grand-père  
si  $A$  est le père de  $C$  et que  $C$  est un des deux parents de  $B$ .

$(A, B)$  appartient au concept grand-père  
si  $A$  est la mère de quelqu'un

Slide 3

### APPROCHE GÉNÉRER-ET-TESTER



But de la première partie : intégrer les connaissances a priori sur la solution dans le processus de recherche.

Slide 4

### L'APPRENTISSAGE DISJONCTIF

- Apprentissage du concept *grand-père* sans disposer du concept de *parent* : pas d'hypothèse correcte et complète.
- Il faut recourir à une disjonction d'hypothèses :
  - $(A, B)$  appartient au concept grand-père  
si  $A$  est le père de  $C$  et que  $C$  est le père de  $B$ .
  - ou*
  - $(A, B)$  appartient au concept grand-père  
si  $A$  est le père de  $C$  et que  $C$  est la mère de  $B$ .
- Les exemples positifs appartiennent à différents sous-concepts.

But de la seconde partie : regrouper les exemples positifs en sous-concepts.

Slide 5

### PLAN DE L'EXPOSÉ

1. Apprentissage conjonctif en Programmation Logique Inductive
  - (a) utilisation de biais
  - (b) propriétés privées
  - (c) relations naturelles
  - (d) opérateurs idéaux pour ces relations naturelles
2. Apprentissage disjonctif en attribut-valeur
  - (a) objectifs : optimiser la couverture des exemples positifs
  - (b) algorithmes stochastiques du système GloBo
  - (c) évaluation de la fiabilité

Conclusions et perspectives

Slide 6

### PROGRAMMATION LOGIQUE INDUCTIVE

[Muggleton and Buntine, 1988, Muggleton, 1991]

- Exemples et hypothèses sont des formules du premier ordre.
- Espaces de recherche infinis.
- Implication logique : indécidable. [Schmidt-Schauss, 1988]

**Définition de la  $\theta$ -subsumption** [Plotkin, 1970]

$C$   $\theta$ -subsume  $D$  s'il existe une substitution  $\theta$  telle que  $C\theta \subseteq D$ .

- Équivalente à l'implication logique pour des clauses non récursives. [Gottlob, 1987]
- $\theta$ -subsumption : NP-complet. [Kapur and Narendran, 1986]

### BIAIS DE LANGAGE

[Utgoff and Mitchell, 1982, Utgoff, 1986]

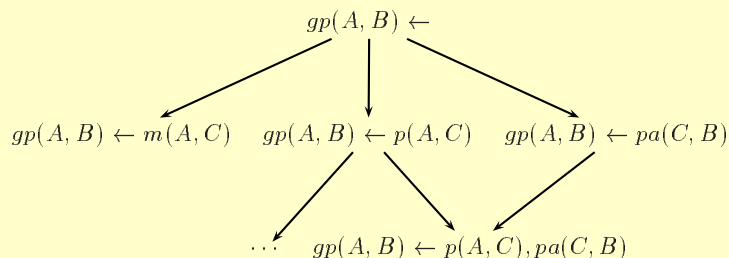
- Les biais sont *nécessaires* à l'apprentissage. [Mitchell, 1980]
- Qualité des résultats et efficacité.
- Biais de langage en PLI : contraintes sur la syntaxe des hypothèses. [Nédellec et al., 1996]
  - champ réduit, connexion,
  - borne sur la taille, le nombre de variables, la profondeur, etc.
- Ces biais ne rendent pas la recherche plus efficace : l'élagage dynamique est généralement impossible par rapport à ces contraintes.

Slide 7

### ÉLAGAGE DYNAMIQUE

Opérateur d'ajout,  $P_1$  : couverture de  $e^+$  et  $P_2$  : rejet de  $e^-$

Respect d'une relation de généralité pour permettre un élagage par rapport à la couverture des exemples. [Mitchell, 1982]




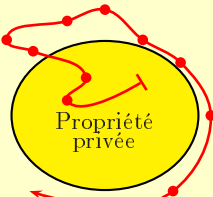
$P_3$  : champ réduit

Objectif : élaguer dynamiquement par rapport aux biais de langage.

Slide 8

Slide 9

### PROPRIÉTÉS PRIVÉES

**Définition d'une propriété privée**  
 Une propriété  $P$  est dite *privée* par rapport à une relation  $\mathcal{R}$  si et seulement si

$$H \mathcal{R} H' \wedge \overline{P(H)} \Rightarrow \overline{P(H')}$$

$\mathcal{R}$  = ajout,  $P$  = couverture de  $e^+$  ou  $P$  = taille bornée.  
 Quelles sont les relations qui rendent une propriété privée?

Slide 10

### RELATIONS NATURELLES

Relation naturelle d'une propriété  $P$  : une relation, la plus large possible, pour laquelle  $P$  est privée.

- La relation naturelle d'une propriété est unique : toute relation qui la rend privée est incluse dans sa relation naturelle.
- Deux hypothèses  $C$  et  $D$  sont en relation naturelle pour une propriété  $f(H) \mathcal{R} k$  si et seulement si  $f(C) \mathcal{R} f(D)$ .

$$H \models e^+ \dots\dots\dots C \models D$$

$$|H| \leq_{\mathbb{N}} 5 \dots\dots\dots |C| \leq_{\mathbb{N}} |D|$$

- Recherche d'opérateurs dans les relations naturelles.

### OPÉRATEURS IDÉAUX

**Définition de l'idéalité** [van der Laag and Nienhuys-Cheng, 1994]

Un opérateur  $\mathcal{O}$  est *idéal* pour une relation de généralité  $\succeq$  s'il est à la fois localement fini, strict et complet.

**Localement fini:**  $\mathcal{O}(H)$  est calculable ;

**Strict:**  $\mathcal{O}(H)$  ne contient aucune clause  $\succeq$ -équivalente à  $H$  ;

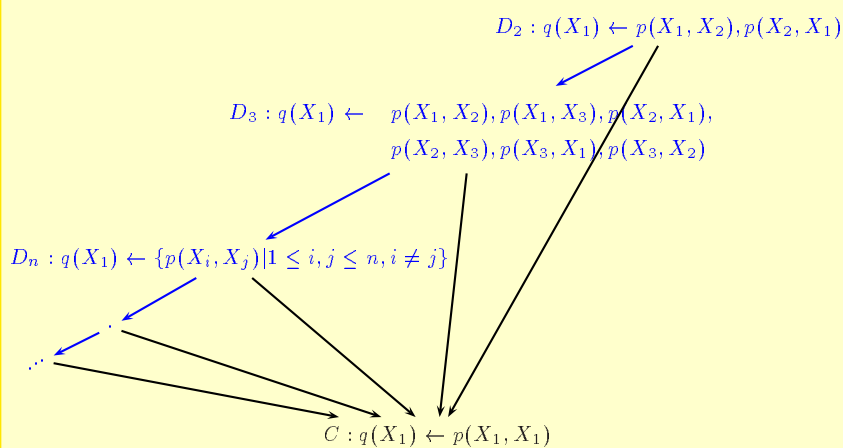
**Complet:** si  $H$  et  $H'$  sont comparables pour  $\succeq$ ,  $H \in \mathcal{O}^*(H')$  ou  $H' \in \mathcal{O}^*(H)$ .

Les opérateurs idéaux n'existent pas sous implication logique, ni sous  $\theta$ -subsumption.

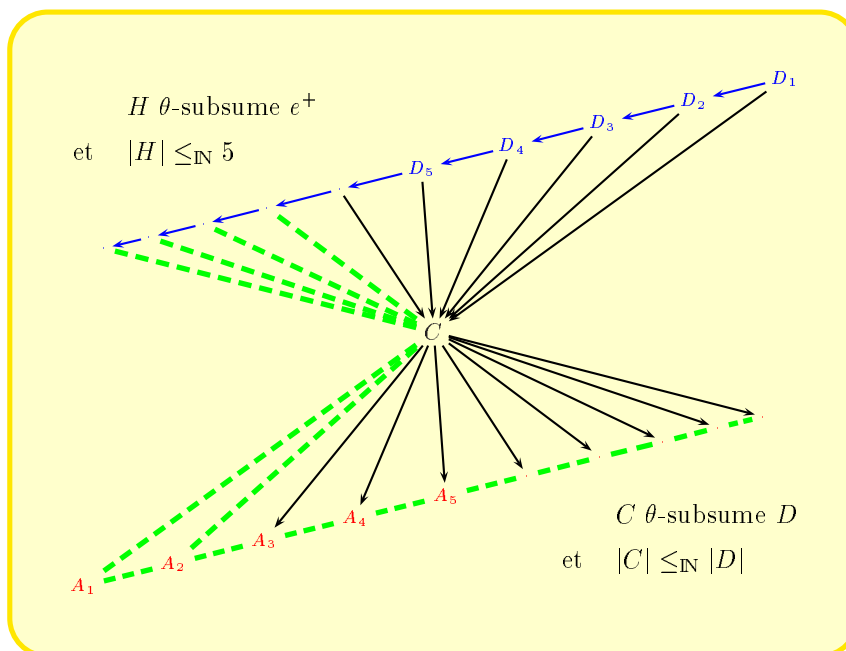
Un opérateur idéal pour  $\succeq$  doit calculer les successeurs immédiats de chaque clause sous  $\preceq$ .

Slide 11

Slide 12



Slide 13



Slide 14

### DÉCOUVERTE D'UN OPÉRATEUR IDÉAL

- Opérateur idéal pour  $\sum_{||}^{\theta}$ 
  - (2) Unifier deux variables  $X_1$  et  $X_2$  de  $C$ , telles que  $C >^{\theta} C\{X_1/X_2\}$ . Si la taille de la clause-résultat a diminué, ajouter un littéral ne contenant que des nouvelles variables.
- Résultats de non existence pour :
  - une borne sur la profondeur des hypothèses,
  - la limitation du nombre de variables utilisées.
- Piste : le biais MaxOcc (bornes sur l'occurrence de chaque symbole de prédicat dans les hypothèses).

Slide 15

### BIAIS ET GÉNÉRER-ET-TESTER : BILAN

- Propriétés privées.
- Élagage dynamique par rapport aux biais de langage basé sur l'utilisation de nouveaux pré-ordres : les *relations naturelles*. [Shapiro, 1981]
- Conditions nécessaires sur les propriétés pour permettre l'existence d'opérateurs idéaux.
- Découverte d'un opérateur idéal pour  $\sum_{||}^{\theta}$ . [Champesme et al., 1995, Esposito et al., 1996]
- Cadre parfait : optimalité. [De Raedt and Bruynooghe, 1993]

Slide 16

### APPRENTISSAGE DISJONCTIF : PROBLÈME DU MORPION

- Caractériser les fins de jeu au morpion gagnantes pour les croix.
- La solution est la disjonction des huit manières de faire des lignes de croix :

<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td>X</td><td>?</td><td>?</td></tr> <tr><td>X</td><td>?</td><td>?</td></tr> <tr><td>X</td><td>?</td><td>?</td></tr> </table>	X	?	?	X	?	?	X	?	?	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td>?</td><td>X</td><td>?</td></tr> <tr><td>?</td><td>X</td><td>?</td></tr> <tr><td>?</td><td>X</td><td>?</td></tr> </table>	?	X	?	?	X	?	?	X	?	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td>?</td><td>?</td><td>X</td></tr> <tr><td>?</td><td>?</td><td>X</td></tr> <tr><td>?</td><td>?</td><td>X</td></tr> </table>	?	?	X	?	?	X	?	?	X	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td>X</td><td>?</td><td>?</td></tr> <tr><td>?</td><td>X</td><td>?</td></tr> <tr><td>?</td><td>?</td><td>X</td></tr> </table>	X	?	?	?	X	?	?	?	X
X	?	?																																					
X	?	?																																					
X	?	?																																					
?	X	?																																					
?	X	?																																					
?	X	?																																					
?	?	X																																					
?	?	X																																					
?	?	X																																					
X	?	?																																					
?	X	?																																					
?	?	X																																					
<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td>?</td><td>?</td><td>X</td></tr> <tr><td>?</td><td>X</td><td>?</td></tr> <tr><td>X</td><td>?</td><td>?</td></tr> </table>	?	?	X	?	X	?	X	?	?	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>?</td><td>?</td><td>?</td></tr> <tr><td>?</td><td>?</td><td>?</td></tr> </table>	X	X	X	?	?	?	?	?	?	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td>?</td><td>?</td><td>?</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>?</td><td>?</td><td>?</td></tr> </table>	?	?	?	X	X	X	?	?	?	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td>?</td><td>?</td><td>?</td></tr> <tr><td>?</td><td>?</td><td>?</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> </table>	?	?	?	?	?	?	X	X	X
?	?	X																																					
?	X	?																																					
X	?	?																																					
X	X	X																																					
?	?	?																																					
?	?	?																																					
?	?	?																																					
X	X	X																																					
?	?	?																																					
?	?	?																																					
?	?	?																																					
X	X	X																																					



Slide 17

### EXPÉRIMENTATIONS SUR LE PROBLÈME DU MORPION

- On dispose de 958 exemples (toutes les fins de jeu possibles).
- On utilise 70 % des exemples pour apprendre, les 30 % restants pour le test.

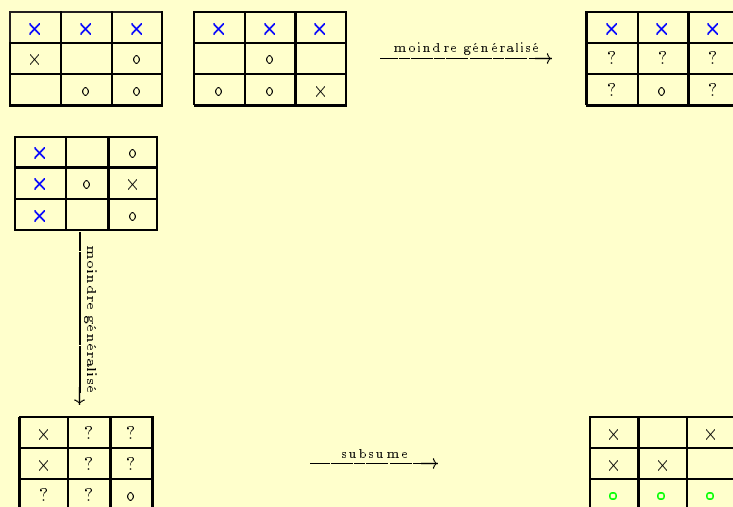
default	65.3 %
NewID	84.0 %
CN2	98.1 %
MBRtalk	88.4 %

IB1	98.1 %
IB3	82.0 %
IB3-CI	99.1 %

[Aha, 1991]

Slide 18

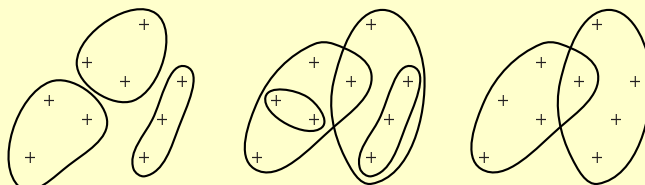
### MOINDRE GÉNÉRALISÉ



Slide 19

### APPRENTISSAGE SUPERVISÉ DISJONCTIF

Différentes couvertures des exemples positifs :



Difficile pour les approches par *couverture* et pour les méthodes de type *diviser pour régner*. [Boström, 1995]

Solution idéale : paquets maximalelement corrects,  
nombre minimal de paquets.

Problème NP-difficile.

Slide 20

### ALGORITHME DE GLoBo : SÉLECTION STOCHASTIQUE

graine	autres positifs	→	paquet maximalelement correct
$p_1$	$p_5, p_8, \cancel{p_2}, p_{14}, \dots$	→	$\{p_1, p_5, p_8, p_{14}, \dots\}$
$p_2$	$\cancel{p_1}, p_3, \cancel{p_4}, p_{12}, \dots$	→	$\{p_2, p_3, p_{12}, \dots\}$
$p_3$	$p_7, \cancel{p_4}, \cancel{p_5}, \cancel{p_2}, \dots$	→	$\{p_3, p_7, \dots\}$
$p_4$	$p_{13}, p_3, \cancel{p_5}, \cancel{p_1}, \dots$	→	$\{p_4, p_{13}, p_3, \dots\}$
$p_5$	$p_8, \cancel{p_2}, p_1, p_{14}, \dots$	→	$\{p_5, p_8, p_1, p_{14}, \dots\}$
$\vdots$	$\dots$	→	$\dots$

Slide 21

**PAQUETS VERROUILLÉS ET PAQUETS CONdamnÉS**

<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>×</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>×</td><td>○</td><td></td></tr> <tr><td>×</td><td></td><td>○</td></tr> </table>	×			×	○		×		○	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>×</td><td>○</td><td>○</td></tr> <tr><td>×</td><td>×</td><td>○</td></tr> <tr><td>×</td><td></td><td></td></tr> </table>	×	○	○	×	×	○	×			<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>×</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>×</td><td>○</td><td></td></tr> <tr><td>×</td><td>○</td><td></td></tr> </table>	×			×	○		×	○		<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>×</td><td>?</td><td>?</td></tr> <tr><td>×</td><td>?</td><td>?</td></tr> <tr><td>×</td><td>?</td><td>?</td></tr> </table>	×	?	?	×	?	?	×	?	?
×																																							
×	○																																						
×		○																																					
×	○	○																																					
×	×	○																																					
×																																							
×																																							
×	○																																						
×	○																																						
×	?	?																																					
×	?	?																																					
×	?	?																																					
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>×</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>×</td><td>○</td><td>○</td></tr> <tr><td>×</td><td></td><td></td></tr> </table>	×			×	○	○	×			<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>×</td><td>×</td><td>×</td></tr> <tr><td></td><td>○</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>○</td></tr> </table>	×	×	×		○				○	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>×</td><td>?</td><td>?</td></tr> <tr><td>?</td><td>○</td><td>?</td></tr> <tr><td>?</td><td></td><td>?</td></tr> </table>	×	?	?	?	○	?	?		?										
×																																							
×	○	○																																					
×																																							
×	×	×																																					
	○																																						
		○																																					
×	?	?																																					
?	○	?																																					
?		?																																					

Slide 22

**ALGORITHME DE GLoBo : COUVERTURE MINIMALE**

- Problème NP-difficile.
- Heuristique polynomiale : choisir le paquet qui couvre le plus d'éléments non encore couverts. [Paschos, 1997]

### COMPLEXITÉ DE GLoBo

Slide 23

- Construction d'un paquet maximale correct :  $|A^+| - 1$  calculs de moindre généralisés et un test de couverture vis-à-vis de  $|A^-|$  (au pire,  $|A^-|$  tests de subsomption).
- Couverture minimale :  $|A^+|^2$ . [Paschos, 1997]
- GloBo :  $\Theta(|A^+|^2)$  en calculs de moindre généralisé, et  $\Theta((|A^+| + |A^-|)^3)$  en tests de subsomption.
- Pré-requis : unicité du moindre généralisé et la propriété de correction vérifie :

$$\text{Correct}(A \cup B) \Rightarrow \text{Correct}(A) \wedge \text{Correct}(B)$$

### ESTIMATION DE LA PROBABILITÉ DE RÉUSSITE DE L'APPRENTISSAGE

Slide 24

- $n$  nombre de sous-concepts à apprendre,
- $s$  nombre moyen d'exemples positifs dans un sous-concept,
- $\alpha$  la probabilité d'être favorable à la graine,
- $b$  la taille minimale d'un paquet verrouillé (hors graine).

événement	probabilité
verrouiller le paquet	$\alpha^b$
échouer pour $s$ exemples	$(1 - \alpha^b)^s$
réussir pour $n$ sous-concepts	$[1 - (1 - \alpha^b)^s]^n$

### INTÉRÊTS DE LA PROBABILITÉ DE RÉUSSITE

$$\left[1 - (1 - \alpha^b)^s\right]^n$$

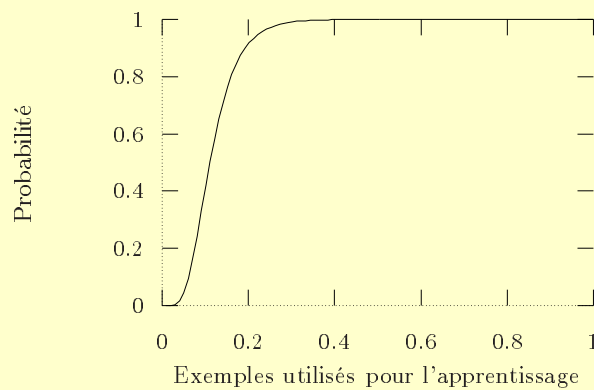
Slide 25

- Fiabilité a posteriori de la solution découverte.
- Notion de représentativité des exemples disponibles par rapport au concept à découvrir.
- No Free Lunch Theorem : [Wolpert and Macready, 1995]  
[Schaffer, 1994]  
caractérisation des cas d'échec.

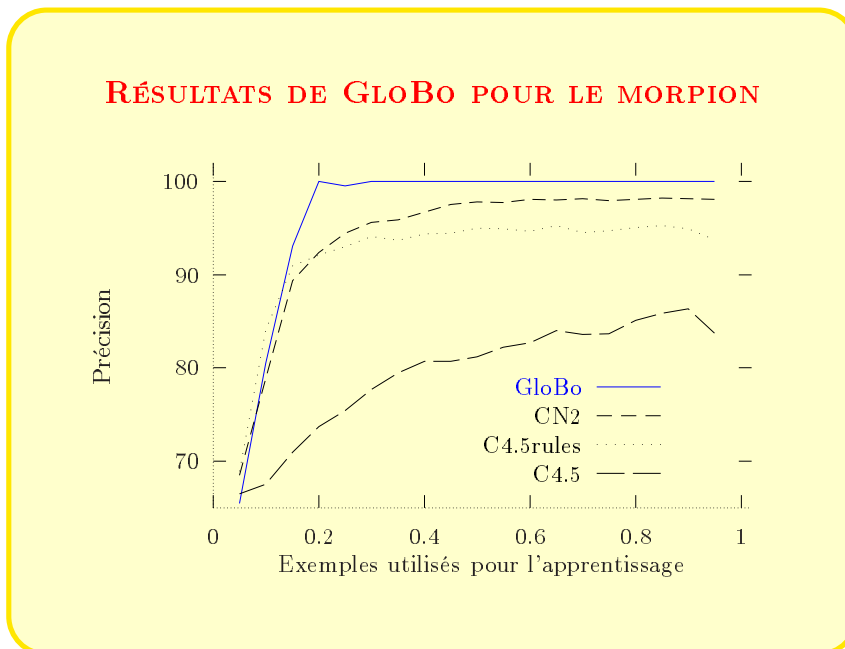
### PROBABILITÉ DE SUCCÈS DE GLOBO POUR LE MORPION

$n = 8$ ,  $\alpha = \frac{1}{2}$ ,  $b = 2$  et  $s$  vaut  $\frac{1}{8}$  du nombre d'exemples disponibles.

Slide 26



Slide 27



Slide 28

### AUTRES EXPÉRIMENTATIONS

Problème	Taille	Précision
Mushroom (avec négation)	3	100.0 %
Breast Cancer	4	93.0 %
Pima Indians Diabetes	24	68.8 %
Echocardiogram	3	88.2 %

PTE challenge : molécules cancérogènes. [Srinivasan et al., 1997]

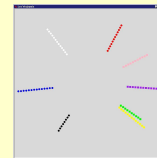
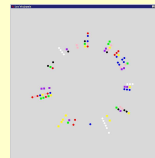
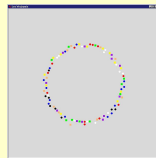
Résultats : [Srinivasan et al., 1999]

- GloBo est premier des systèmes produisant une théorie compréhensible.
- GloBo est jugé optimal pour toute application pratique.

Slide 29

### APPRENTISSAGE DISJONCTIF : BILAN

- Correction maximale et minimalité de la solution.
- Stochastique : pseudo-parallélisme et complexité raisonnable.
- Estimation du risque d'erreur de la procédure stochastique.
- Version générique : instanciations linéaire en temps, dédiée aux données bruitées, pour le non supervisé.
- Variation : les Vraizamis.



Slide 30

### CONCLUSIONS

1. Apprentissage conjonctif en Programmation Logique Inductive
  - intégration des biais de langage dans la relation de généralité,
  - élagage intensif de l'espace de recherche.
2. Apprentissage disjonctif en attribut-valeur
  - couverture minimale par des paquets maximale corrects,
  - construction stochastique des paquets,
  - approximation polynomiale d'une couverture minimale.

## Slide 31

## PERSPECTIVES

- Utiliser au mieux les connaissances de l'expert.
- Apprentissage disjonctif en Programmation Logique Inductive.
- Algorithmes d'évolution :
  - les Vraizamis, [Torre, 1999]
  - algorithmes génétiques parallèles, [Augier, 1999, Giordana et al., 1994]
  - utilisation de fourmis. [Monmarche et al., 1999]

## Slide 32

## Références

- [Aha, 1991] Aha, D. W. (1991). Incremental constructive induction: An instance-based approach. In *Proceedings of the Eighth International Workshop on Machine Learning*, pages 117–121. Morgan Kaufmann.
- [Augier, 1999] Augier, S. (1999). Changement d'échelle d'un algorithme d'apprentissage évolutionnaire. In [Sebag, 1999].
- [Boström, 1995] Boström, H. (1995). Covering vs. divide-and-conquer for top-down induction of logic programs. In *Proceedings of the 14th International Joint Conference on Artificial Intelligence*, pages 1194–1200.
- [Champesme et al., 1995] Champesme, M., Brézellec, P., and Soldano, H. (1995). Empirically conservative search space reductions. In Raedt, L. D., editor, *Proceedings of the 5th*



## Slide 33

*International Workshop on Inductive Logic Programming*, pages 387–402. Department of Computer Science, Katholieke Universiteit Leuven.

[De Raedt and Bruynooghe, 1993] De Raedt, L. and Bruynooghe, M. (1993). A theory of clausal discovery. In Bajcsy, R., editor, *Proceedings of the 13th International Joint Conference on Artificial Intelligence*, pages 1058–1063. Morgan Kaufmann.

[Esposito et al., 1996] Esposito, F., Laterza, A., Malerba, D., and Semeraro, G. (1996). Refinement of datalog programs. In *Proceedings of the MLnet Familiarization Workshop on Data Mining with Inductive Logic Programming (ILP for KDD)*, pages 73–94.

[Giordana et al., 1994] Giordana, A., Saitta, L., and Zini, F. (1994). Learning disjunctive concepts by means of genetic algorithms. In *Proc. 11th International Conference on Machine*

## Slide 34

*Learning*, pages 96–104. Morgan Kaufmann.

[Gottlob, 1987] Gottlob, G. (1987). Subsumption and implication. *Information Processing Letters*, 24(2):109–111.

[Kapur and Narendran, 1986] Kapur, D. and Narendran, P. (1986).  $N_p$ -completeness of the set unification and matching problems. In *Proceedings of 8th Conference on Automated Deduction*, volume 230, pages 489–495. Springer-Verlag.

[Mitchell, 1980] Mitchell, T. M. (1980). The need for biases in learning generalizations. In *Readings in Machine Learning*, pages 184–191. Morgan Kaufmann. Published in 1991.

[Mitchell, 1982] Mitchell, T. M. (1982). Generalization as search. *Artificial Intelligence*, 18:203–226.

[Monmarche et al., 1999] Monmarche, N., Slimane, M., and Venturini, G. (1999). Antclass : Découverte de classes dans des données numériques grâce à l'hybridation d'une colonie de

## Slide 35

- fourmis et de l'algorithme des centres mobiles. In [Sebag, 1999].
- [Muggleton, 1991] Muggleton, S. (1991). Inductive logic programming. *New Generation Computing Journal*, 8(4):295–317.
- [Muggleton and Buntine, 1988] Muggleton, S. H. and Buntine, W. (1988). Machine invention of first-order predicates by inverting resolution. In *Proceedings 5th International Conference on Machine Learning*, pages 339–352, San Mateo, CA. Morgan Kaufmann.
- [Nédellec et al., 1996] Nédellec, C., Rouveirol, C., Adé, H., Bergadano, F., and Tausend, B. (1996). Declarative bias in ILP. In De Raedt, L., editor, *Advances in Inductive Logic Programming*, pages 82–103. IOS Press.
- [Paschos, 1997] Paschos, V. T. (1997). A survey of approximately optimal solutions to some covering and packing problems. *ACM*

## Slide 36

- Computing Surveys*, 29(2):171–209.
- [Plotkin, 1970] Plotkin, G. (1970). A note on inductive generalization. In Meltzer, B. and Mitchie, D., editors, *Machine Intelligence*, volume 5, pages 153–165. Edinburgh University Press.
- [Schaffer, 1994] Schaffer, C. (1994). A conservation law for generalization performance. In Cohen, W. W. and Hirsh, H., editors, *Proceedings 11th International Conference on Machine Learning*, pages 259–265. Morgan Kaufmann.
- [Schmidt-Schauss, 1988] Schmidt-Schauss, M. (1988). Implication of clauses is undecidable. *TCS: Theoretical Computer Science*, 59(3):287–296.
- [Sebag, 1999] Sebag, M., editor (1999). *Actes de la Première Conférence d'Apprentissage (CAP'99)*.
- [Shapiro, 1981] Shapiro, E. Y. (1981). Inductive inference of

**Slide 37**

theories from facts. Technical Report 192, Yale University Department of Computer Science.

[Srinivasan et al., 1999] Srinivasan, A., King, R., and Bristol, D. (1999). An assessment of submissions made to the predictive toxicology evaluation challenge. In *Proceedings of the 16th International Joint Conference on Artificial Intelligence*, pages 270–276. Morgan Kaufmann.

[Srinivasan et al., 1997] Srinivasan, A., King, R. D., Muggleton, S. H., and Sternberg, M. J. E. (1997). The predictive toxicology evaluation challenge. In *Proceedings of the 15th International Joint Conference on Artificial Intelligence*, pages 4–9. Morgan Kaufmann.

[Torre, 1999] Torre, F. (1999). Les Vraizamis. In [Sebag, 1999], pages 177–184.

[Utgoff, 1986] Utgoff, P. E. (1986). Shift of bias for inductive

**Slide 38**

concept learning. In Michalski, R. S., Carbonell, J. G., and Mitchell, T. M., editors, *Machine Learning: An Artificial Intelligence Approach*, volume II, pages 107–148. Morgan Kaufmann.

[Utgoff and Mitchell, 1982] Utgoff, P. E. and Mitchell, T. M. (1982). Acquisition of appropriate bias for inductive concept learning. In Waltz, D., editor, *Proceedings of the National Conference on Artificial Intelligence*, pages 414–417. AAAI Press.

[van der Laag and Nienhuys-Cheng, 1994] van der Laag, P. R. J. and Nienhuys-Cheng, S. (1994). Existence and nonexistence of complete refinement operators. In Bergadano, F. and de Raedt, L., editors, *Proceedings of the 7th European Conference on Machine Learning*, volume 784 of *Lecture Notes in Artificial Intelligence*, pages 307–322. Springer-Verlag.

[Wolpert and Macready, 1995] Wolpert, D. H. and Macready,

**Slide 39**

W. G. (1995). No free lunch theorems for search. Technical Report SFI-TR-95-02-010, The Santa Fe Institute.