

# Méthodes d'ensemble en Inférence Grammaticale, une approche à base de moindres généralisés

Fabien Torre et Alain Terlutte

INRIA-Mostrare et LIFL-Grappa

CAp 2009, Hammamet





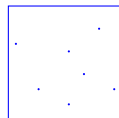
## Moindres généralisés

## Définition : moindre généralisé

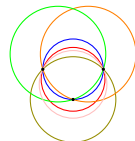
Étant donné un ensemble d'exemples  $E \subseteq \mathcal{E}$ , une hypothèse  $h \in \mathcal{H}$  est dite *moindre généralisée* de  $E$  si et seulement si :

- $\forall e \in E : h \succeq e$  ;
- il n'existe pas  $h'$  vérifiant  $\forall e \in E : h' \succeq e$  et  $h \succ h'$ .

- $\mathcal{E} = \mathbb{R}^2$  ;
- les hypothèses sont des rectangles.



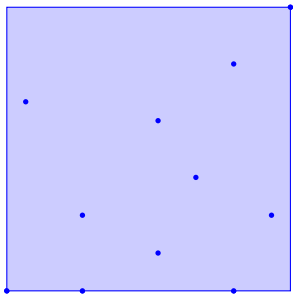
- $\mathcal{E} = \mathbb{R}^2$  ;
- les hypothèses sont des cercles.



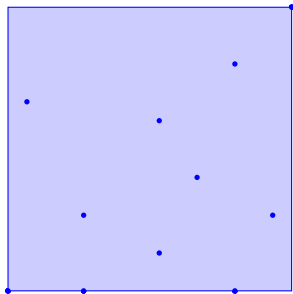
# Un exemple et deux profils

$\mathcal{E} = \mathbb{R}^2$ , les hypothèses sont des rectangles.

MG  $(e_1, e_2, \dots, e_n \in \mathcal{E})$  returns  $h \in \mathcal{H}$



MG  $(h_{n-1}, e_n)$  returns  $h \in \mathcal{H}$

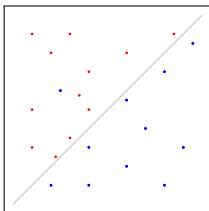


on préfère la version incrémentale.

# Caractéristiques des moindres généralisés

La définition n'implique pas l'unicité... mais l'unicité amène :

- ① monotonie : inclusion des hypothèses successives ;
- ② minimalité / plus petit pas ;
- ③ parcours sans risque, guidé par les exemples ; ne reste que le biais de langage (le choix de  $\mathcal{H}$ ) ;
- ④ bonus algorithmique si l'on a un calcul incrémental.



- On sait généraliser une classe. ;
- suite : prendre en compte les autres classes.

## MGC [Torre, 1999] : idée du calcul

Objectif : apprendre une règle correcte pour une classe.

une graine et sa classe	exemples de même classe	généralisation maximalement correcte
$x_1, y_1$	$x_5 \ x_8 \ x_2 \ x_{14} \dots$	$g_1 = \text{MG}(x_1, x_5, x_8, x_{14}, \dots)$ $g_1 \rightarrow y_1$
$x_2, y_2$	<del><math>x_{14}</math></del> $x_3$ <del><math>x_{10}</math></del> $x_{12} \dots$	$g_2 = \text{MG}(x_2, x_3, x_{12}, \dots)$ $g_2 \rightarrow y_2$

- instable : dépend de la graine et de l'ordre des exemples ;
- pour un exemple donné, un moindre généralisé correct conclut sur une unique classe ( $-1$  ou  $+1$ ) ou s'abstient ( $0$ ).

# MGC : l'algorithme

**Entrées :**  $E = [e_1, \dots, e_n] \subseteq \mathcal{E}$  un ensemble *ordonné* de  $n$  exemples de la même classe,  $N$  un ensemble de contre exemples.

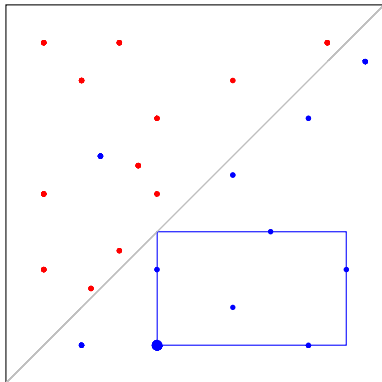
**Sortie :**  $h \in \mathcal{H}$  une généralisation de  $E$ , maximale correcte par rapport à  $E$  et  $N$ .

- 1:  $g = e_1$
- 2: **for**  $i = 2$  to  $n$  **do**
- 3:      $g' = \text{MG}(g, e_i)$  {généralisation visant à intégrer  $e_i$ }  
       {si  $g'$  est correcte}
- 4:     **if**  $(\forall e \in N : g' \not\preceq e)$  **then**
- 5:          $g = g'$  { $g'$  devient la généralisation courante}
- 6:     **end if**
- 7: **end for**
- 8: **return**  $h(x) = \text{class}(E)$  si  $g \succeq x$ , 0 sinon (abstention)



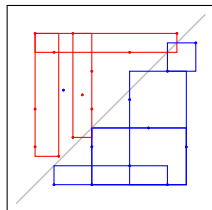
Moindre généralisé correct (MGC)

# MGC : déroulement



## Caractéristiques de MGC

- ➊ MGC est générique (à instancier par  $\mathcal{H}$ ,  $\succeq$  et MG) ;
- ➋ une hypothèse apprise par MGC ne se trompe pas sur l'ensemble d'apprentissage, mais elle peut s'abstenir ;
- ➌ MGC est sensible à l'ordre de présentation des positifs, la graine et les premiers sont favorisés ;
- ➍ un positif rejeté lors de MGC ne peut pas revenir ;
- ➎ MGC distingue les concepts conjonctifs des disjonctifs.



- On suppose donné l'algorithme MG ;
- on sait obtenir une unique règle avec MGC.  
MGC ;
- **suite : construire un classifieur complet.**









# Application à l'inférence grammaticale

Architecture à trois niveaux, seul le premier est à instancier :

- ① langages et opérations associées :
  - les exemples ( $\mathcal{E}$ ) : des mots sur un alphabet  $\Sigma$  ;
  - les hypothèses ( $\mathcal{H}$ ) : les automates d'une classe particulière ;
  - $h \succeq e \Leftrightarrow e \in L(h)$  ;
  - MG : apprentissage par positifs seuls, du plus petit langage de la classe contenant les mots donnés, en version incrémentale ;
- ② utilisation des classes, production d'hypothèses correctes (MGC) ;
- ③ apprentissage d'un classifieur complet, par combinaison de règles élémentaires apprises par MGC (AdaBoost-MG).

$k$ -TSS [García and Vidal, 1990] et  $k$ -réversibles [Angluin, 1982].





# MG-TSSI : l'algorithme I

Clef : chaque état est identifié par la séquence des  $k - 1$  dernières lettres lues pour arriver à cet état.

**Algorithme** MG-TSSI ( $h, w, k$ )

**Entrées** :  $h = (Q, \Sigma, q_0, F)$  un  $k$ -TSS,  $w$  un mot et un entier  $k$

**Sortie** :  $h'$  un  $k$ -TSS minimal généralisant  $h$  et couvrant  $w$

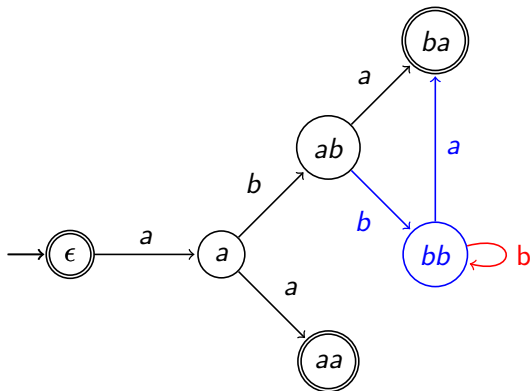
- 1:  $q = q_0$
- 2: **for**  $i = 1$  to  $|w|$  **do**
- 3:      $v = q.w_i$  {concat. du mot de  $q$  avec la  $i^e$  lettre de  $w$ }
- 4:     **if** ( $|v| = k$ ) **then**
- 5:          $v = v_{2, \dots, |v|}$
- 6:     **end if**

# MG-TSSI : l'algorithme II

- 7:         $nq = v$
- 8:        ajouter  $nq$  à  $Q$   $\{nq$  peut déjà être présent dans  $Q\}$
- 9:        ajouter  $(q, w_i, nq)$  à  $\delta$
- 10:       $q = nq$
- 11: **end for**
- 12: ajouter  $q$  à  $F$
- 13: **return**  $h' = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

# MG-TSSI : déroulement

- 1 Échantillon  $S = \{\epsilon, aa, aba\}$  et  $k = 3$  ;
- 2 automate inféré :



- 3 ajout de  $abba$  ; ajout de  $abbba$ .



# MG-ZR : l'algorithme I

**Algorithme** MG-ZR ( $h, w$ )

**Entrées** :  $h = (Q, \Sigma, q_0, F)$  un automate 0-réversible,  $w$  un mot

**Sortie** :  $h'$  un 0-réversible minimal généralisant  $h$  reconnaissant  $w$

1:  $i = 1$ ;  $q = q_0$

{suivi des états existants}

2: **while**  $\delta(q, w_i)$  is defined **do**

3:      $q = \delta(q, w_i)$ ;  $i = i + 1$

4: **end while**

{création d'une nouvelle branche pour les lettres restantes}

5: **while**  $i \leq |w|$  **do**

6:     créer un état  $q'$  et l'ajouter à  $Q$

7:     ajouter  $(q, w_i, q')$  à  $\delta$ ;  $i = i + 1$

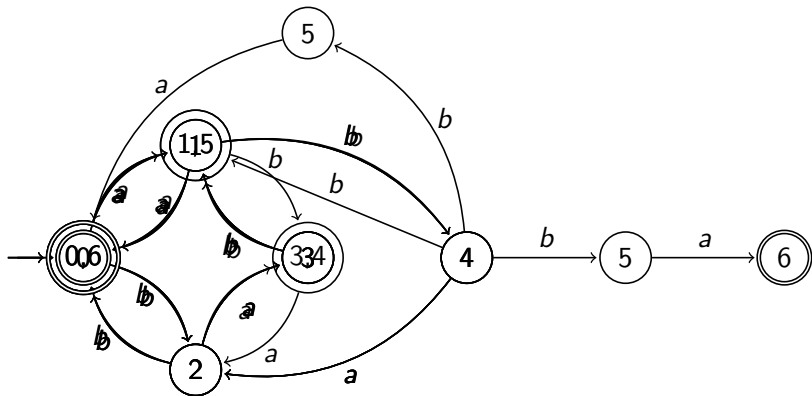
8: **end while**

9: ajouter  $q$  à  $F$



# MG-ZR : déroulement

$S = \{\epsilon, aa, bb, abab, baba\}$ , ajout du mot *abba*.



# MG en inférence grammaticale : bilan

- On récupère deux classes de langages : les  $k$ -TSS [García and Vidal, 1990] et les  $k$ -réversibles [Angluin, 1982] ;
- elles disposent de résultats d'apprenabilité par positifs seuls ;
- les algorithmes sont des calculs de moindres généralisés.

On peut maintenant apprendre à classer des mots en bénéficiant :

- du traitement naturel des disjonctions d'automates (MGC) ;
- de méthodes d'ensemble (AdaBoost-MG) ;
- du maintien d'une certaine lisibilité de la théorie apprise ;
- d'un gain d'expressivité par rapport aux classes utilisées.



# Protocole expérimental

- Combinaisons entre AdaBoost-MG et (MG-TSSI, MG-ZR);
- comparées à Red-Blue [Lang et al., 1998];
- jeux de données (à deux classes) en provenance de l'*UCI repository* [Blake and Merz, 1998] et soccer;
- validation croisée 10 fois, pour les algorithmes stochastiques, chaque exécution est répétée 10 fois;
- 1 000 itérations pour les méthodes d'ensemble;
- moyenne des taux de bonne classification en test.

# Résultats

	Majorité	Red-Blue	AdaBoost-MG	
			MG-TSSI	MG-ZR
tic-tac-toe	65.34 %	93.89 %	90.27 %	<b>98.31 %</b>
badges	71.43 %	61.09 %	<b>73.47 %</b>	-
promoters	50.00 %	<b>63.02 %</b>	61.51 %	50.00 %
soccer	50.00 %	63.06 %	<b>68.89 %</b>	56.81 %
us-first-name	81.62 %	82.83 %	<b>86.10 %</b>	83.92 %
splice	50.26 %	54.65 %	<b>79.79 %</b>	-





# Perspectives

- ❶ Rechercher des langages et calculs de moindres généralisés :
  - limiter les disjonctions des automates : les *monômes réguliers*;
  - proposer des solutions si moindres généralisés multiples : étude des *boules de mots* [de la Higuera et al., 2008] avec Frédéric Tantini et des *monômes réguliers*;
  - trouver une classe atteignant les rationnels par union ;
  - passer aux *langages d'arbres et de graphes* ;
  
- ❷ tester la précision de Laplace comme critère de validation :
  - résistance au bruit ?
  - diversité pour AdaBoost ?



# MG multiples

Pistes à envisager :

- 1 trouver un calcul qui ait un maximum de propriétés des MG ;
- 2 choisir l'un des MG, plus ou moins arbitrairement ;
- 3 montrer l'unicité de la généralisation entre une hypothèse et un exemple ;
- 4 briser des liens dans la relation de subsomption pour retrouver un MG unique ;
- 5 prendre la conjonction des MG ;
- 6 prendre la disjonction des MG.

[▸ retour aux bonus](#)

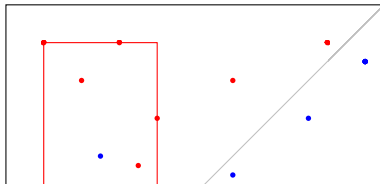
# Bruit et précision de Laplace [Clark and Niblett, 1989]

## Idée

Autoriser la couverture d'exemples d'autres classes : trouver un compromis entre le nombre total d'exemples couverts par une règle ( $t$ ) et le nombre d'exemples bien classés par cette règle ( $b$ ).

## Mesures

$$\begin{aligned} \text{Précision} &= \frac{b}{t} = \frac{1}{1} = 100\% = \frac{2}{2} = 100\% = \frac{7}{8} = 87.5\% = \\ \text{Précision de Laplace} &= \frac{b+1}{t+k} = \frac{1+1}{1+2} = 66.67\% = \frac{2+1}{2+2} = 75\% = \frac{7+1}{8+2} = \end{aligned}$$



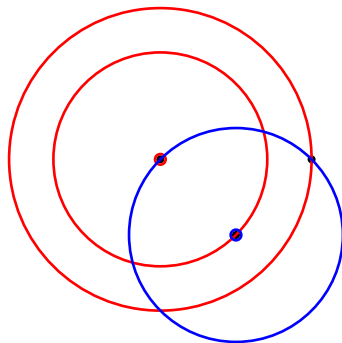






# Cercles : unicité algorithmique

Idée : ...



► retour aux bonus





## GloBo [Torre, 1999] : principes

Objectif : combattre la dépendance à l'ordre des exemples et chercher la compréhensibilité.

### Principes de GloBo

- 1 calculer plusieurs moindres généralisés en utilisant des exemples différents comme graine et des exemples de la même classe mélangés ;
- 2 retenir les règles qui permettent une couverture minimale des exemples.

Si chaque exemple sert à un moment de graine, alors au final tout exemple est couvert par au moins une hypothèse.

# GloBo : l'algorithme I

**Entrées :**  $A$  un ensemble de  $n$  exemples  $(x_i, y_i)$ .

**Sortie :**  $H$  le classifieur final.

- 1:  $R' = \emptyset$  {un appel à MGC par exemple de  $A$ }
- 2: **for**  $i = 1$  to  $n$  **do**
- 3:      $P = [x_j | y_j = y_i \wedge i \neq j]$
- 4:      $N = [x_j | y_j \neq y_i]$
- 5:     mélanger  $P$  aléatoirement
- 6:      $h_i = \text{MGC}(x_i :: P, N)$  { $x_i$  en tête des positifs}
- 7:     ajouter  $h_i$  à  $R'$
- 8: **end for**

# GloBo : l'algorithme II

{couverture minimale}

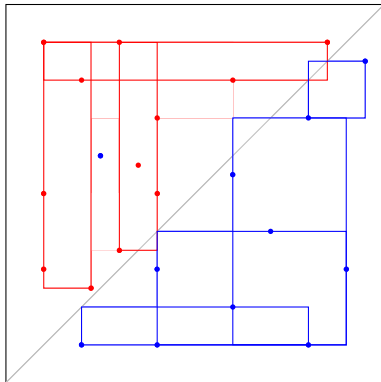
- 9:  $R = \emptyset$
- 10: **while**  $(\exists x_i, \forall h_j \in R, h_j \not\succeq x_i)$  **do**
- 11:      $h = \text{ArgMax}_{h_i \in R'} |\{x_j : h_i \succeq x_j \wedge \nexists h_k \in R : h_k \succeq x_j\}|$
- 12:     ajouter  $h$  à  $R$
- 13: **end while**
- 14: **return**  $H(x) = \text{ArgMax}_k |\{h \in R : h(x) = k\}|$

Couverture minimale : problème NP-complet.

Heuristique quadratique : les règles les plus couvrantes d'abord.



# GloBo : déroulement



... puis calcul de la couverture minimale.  
... et si l'on gardait toutes les règles produites ?

▶ retour aux bonus

# Méthodes aléatoires : principes

## Principes

- ne pas toucher à l'échantillon (*bagging*) ;
- ne pas jouer sur la distribution (*boosting*) ;
- mais simplement rendre l'apprenant instable (*randomization*) ;
- puis voter à égalité.

Exemple : les arbres de décision aléatoires de [Dietterich, 2000].

# GloBoost [Torre, 2005] : l'algorithme

**Entrées** :  $n$  exemples  $(x_i, y_i)$  et  $T$  un nombre d'itérations.

**Sortie** :  $H$  le classifieur final.

- 1: **for**  $t = 1$  to  $T$  **do**
- 2:      $target$  = classe choisie au hasard
- 3:      $P = \{x_i | y_i = target\}$
- 4:      $N = \{x_i | y_i \neq target\}$
- 5:     mélanger  $P$  aléatoirement
- 6:      $h_t = \text{MGC}(P, N)$  {appel à l'algorithme MGC }
- 7: **end for**
- 8: **return**  $H(x) = \text{sign}\left(\sum_{t=1}^T h_t(x)\right)$

▶ retour aux bonus

# Méthode d'ensemble

## Idées générales

- on dispose d'un apprenant (*faible*)  $L$  ;
- on le contraint à produire diverses hypothèses  $h_t$  ;
- les  $h_t$  sont combinées au sein d'un vote.

## Éléments constitutifs

Une méthode d'ensemble se définit par :

- $\mathcal{H}$  et l'apprenant faible  $L$  ;
- la méthode de production des  $T$  hypothèses  $h_t$  issues de  $\mathcal{H}$  ;
- la stratégie d'attribution des poids  $\alpha_t$  aux  $h_t$ .

## Sortie

Une méthode d'ensemble fournit un classifieur  $H$  :

$$H(x) = \sum_{t=1}^T \alpha_t h_t(x) \quad \alpha_t \in (0, 1) \quad \sum_{t=1}^T \alpha_t = 1$$

# Bagging [Breiman, 1996] : principes

## Points de départ

- décomposition de l'erreur en biais/variance ;
- la variance : plusieurs hypothèses de  $\mathcal{H}$  sont équivalentes par rapport à  $A$ , il est difficile de choisir.

Idee : on ne choisit pas, on en prend plusieurs et on les fait voter.

## Esquisse de la méthode

- apprendre chaque  $h_t$  à partir d'un échantillon  $E$  tiré aléatoirement dans l'échantillon complet  $A$  ( $|E| = |A|$ ) ;
- poids identique pour chaque  $h_t$ .

# Bagging-MG : l'algorithme

**Entrées :**  $n$  exemples  $x_i$  et leurs classes  $y_i$ ;  $T$  un nombre d'itérations à effectuer.

**Sortie :**  $H$  le classifieur final.

- 1: **for**  $t = 1$  to  $T$  **do**
- 2:      $A_t = \emptyset$
- 3:     **for**  $i = 1$  to  $n$  **do**
- 4:         tirer un exemple au hasard et le placer dans  $A_t$
- 5:     **end for**
- 6:      $target =$  une classe tirée au hasard
- 7:      $P = \{x_i \in A_t \mid y_i = target\}$
- 8:      $N = \{x_i \in A_t \mid y_i \neq target\}$
- 9:      $h_t = \text{MGC}(P, N)$  {appel à l'algorithme MGC }
- 10:     ajouter  $h_t$  à  $H$
- 11: **end for**
- 12: **return**  $H$

## [Fernau, 2005] : regroupements, alignement, généralisation

① Échantillon :  $S = \{ababb, aabb, ababa, abc\}$

② alignement :

$$\begin{array}{cccc} (a) & (b) & (a) & (bb) \\ (aa) & (bb) & & \\ (a) & (b) & (a) & (b) & (a) \\ (a) & (b) & (c) & & \end{array}$$

③ généralisation

$$\begin{array}{l} a^+ b^+ (a \quad \quad \quad | \epsilon | c) \\ a^+ b^+ (a \quad b^+ \quad \quad | \epsilon | c) \\ a^+ b^+ (a \quad b^+ \quad (\epsilon | a) | \epsilon | c) \end{array}$$

④ résultat :  $a^+ . b^+ . (a . b^+ . (\epsilon | a) | \epsilon | c)$ .

## MG-REG

- 1 Échantillon :  $S = \{ababb, aabb, ababa, abc\}$
- 2 alignement :

$$\begin{array}{cccc} (a) & (b) & (a) & (bb) \\ (aa) & (bb) & & \\ (a) & (b) & (a) & (b) & (a) \end{array}$$

- 3 généralisation :  $a^{\{1,2\}} b^{\{1,2\}} a^{\{0,1\}} b^{\{0,2\}} a^{\{0,1\}} ;$
- 4 ajout de  $abc$  :  $a^{\{1,2\}} b^{\{1,2\}} .^{\{0,1\}} b^{\{0,2\}} a^{\{0,1\}} .$

[▶ retour aux bonus](#)



# Paramétrages

problem	k-values
tic-tac-toe	1-2-3-4-5
badges	1-2
us-first-name	1-2-3-4
Lyon-Rennes	1-2-3-4
promoters	1-2-3-4
splice	1-2-3

▶ retour aux bonus

problem-plearner	defaults
tic-tac-toe TSSI	positive
tic-tac-toe ZR	positive
tic-tac-toe Fernau	negative
badges TSSI	positive
badges ZR	positive
badges Fernau	negative
us-first-name TSSI	female
us-first-name ZR	female
us-first-name Fernau	female
Lyon-Rennes TSSI	Rennes
Lyon-Rennes ZR	Rennes
Lyon-Rennes Fernau	Lyon
promoters TSSI	positive
promoters ZR	-
promoters Fernau	negative
splice TSSI	EI
splice ZR	EI ?
splice Fernau	IE

# Variations sur la taille d'un échantillon

Problème tic-tac-toe.

% en apprentissage	90 %	50 %	25 %	10 %
Red-Blue	93.89 %	85.07 %	73.04 %	68.29 %
AB-MG + MG-TSSI	90.27 %	82.33 %	76.29 %	69.57 %
GloBoost + MG-ZR	98.36 %	98.00 %	93.20 %	66.96 %
GloBo + MG-REG	99.77 %	99.23 %	93.38 %	72.28 %

▶ retour aux bonus

## tic-tac-toe

Références :

<i>Majorité</i>	RPNI	TraxBar	Red-Blue
65.34 %	91.13 %	90.81 %	<b>93.89 %</b>

Combinaisons d'automates :

	DLG	GloBo	GloBoost	AdaBoost-MG
MG-TSSI	79.02 %	81.43 %	91.47 %	90.27 %
MG-ZR	96.76 %	95.84 %	98.36 %	98.31 %
MG-REG	95.20 %	99.77 %	98.56 %	<b>99.61 %</b>

## badges

Références :

<i>Majorité</i>	RPNI	TraxBar	Red-Blue
<b>71.43 %</b>	62.24 %	57.48 %	61.09 %

Combinaisons d'automates :

	DLG	GloBo	GloBoost	AdaBoost-MG
MG-TSSI	73.61 %	72.24 %	72.69 %	73.47 %
MG-ZR	71.43 %	71.43 %	71.43 %	-
MG-REG	98.30 %	99.93 %	95.10 %	<b>100.0 %</b>

## promoters

Références :

<i>Majorité</i>	RPNI	TraxBar	Red-Blue
50.00 %	- %	56.60 %	<b>63.02 %</b>

Combinaisons d'automates :

	DLG	GloBo	GloBoost	AdaBoost-MG
MG-TSSI	53.53 %	60.00 %	61.13 %	61.51 %
MG-ZR	50.00 %	50.00 %	50.00 %	50.00 %
MG-REG	69.81 %	70.85 %	<b>86.23 %</b>	85.66 %

## SOCCER

Références :

<i>Majorité</i>	RPNI	TraxBar	Red-Blue
50.00 %	62.50 %	58.33 %	<b>63.06 %</b>

Combinaisons d'automates :

	DLG	GloBo	GloBoost	AdaBoost-MG
MG-TSSI	64.31 %	59.17 %	72.08 %	68.89 %
MG-ZR	52.78 %	50.00 %	53.19 %	56.81 %
MG-REG	69.44 %	65.28 %	<b>73.33 %</b>	68.33 %

## us-first-name

Références :

<i>Majorité</i>	RPNI	TraxBar	Red-Blue
81.62 %	81.42 %	81.37 %	<b>82.83 %</b>

Combinaisons d'automates :

	DLG	GloBo	GloBoost	AdaBoost-MG
MG-TSSI	84.19 %	83.83 %	<b>89.14 %</b>	86.10 %
MG-ZR	81.77 %	81.97 %	83.07 %	83.92 %
MG-REG	87.75 %	88.40 %	88.28 %	87.32 %

# splice

Références :

<i>Majorité</i>	RPNI	TraxBar	Red-Blue
50.26 %	- %	<b>58.33 %</b>	54.65 %

Combinaisons d'automates :

	DLG	GloBo	GloBoost	AdaBoost-MG
MG-TSSI	67.61 %	73.42 %	78.07 %	79.79 %
MG-ZR	-	-	-	-
MG-REG	85.57 %	89.93 %	93.46 %	<b>94.91 %</b>

[▸ retour aux bonus](#)













