Méthodes d'ensemble en Inférence Grammaticale : une approche à base de moindres généralisés

Fabien Torre et Alain Terlutte

INRIA-Mostrare et LIFL-Grappa

Saint-Étienne, jeudi 12 février 2009

Plan de l'exposé

Cadre et notations

- Classification supervisée à deux classes $\mathcal{Y} = \{+1, -1\}$;
- représentation des exemples à l'aide de $\mathcal{X}$;
- représentation des hypothèses à l'aide de $\mathcal{H}$;

$$h \in \mathcal{H} : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$$

- astuce de représentation [Feigenbaum, 1977] : $\mathcal{X} \subset \mathcal{H}$;
- relation de subsomption $\succeq$: $\mathcal{H} \times \mathcal{H}$ et test de subsomption ;
- structuration de $\mathcal{H}$ par $\succeq$.

Moindres généralisés

Définition : moindre généralisé

Étant donné un ensemble d'exemples $E \subseteq \mathcal{X}$, une hypothèse $h \in \mathcal{H}$ est dite *moindre généralisée* de E si et seulement si :

- $\forall e \in E : h \succeq e$;
- il n'existe pas h' vérifiant $\forall e \in E : h' \succeq e$ et $h \succeq h'$.

Cette définition n'implique pas l'unicité.

Soit $\mathcal{E} = \mathbb{R}^2$:

- candidats pour $\mathcal{H}$: rectangles, carrés, cercles, etc.
- est-ce que le moindre généralisé est unique ?
- comment le calculer ?

Deux profils pour MG

Deux vues algorithmiques :

- $\mathtt{MG}(e_1, e_2, \ldots, e_n \in \mathcal{X})$ returns $h \in \mathcal{H}$;
- $\mathtt{MG}(h_{n-1}, e_n)$ returns $h \in \mathcal{H}$.

on préfère la deuxième version, plus efficace pour l'apprentissage.

La suite : utiliser les classes !

MGC [Torre, 1999] : idée du calcul

Objectif : apprendre une règle correcte pour une classe.

une graine et sa classe	exemples de la même classe	généralisation maximalement correcte
x_1, y_1	x_5 x_8 $\not x_2$ $x_{14} \ldots$	$g_1 = \mathrm{MG}(\{x_1, x_5, x_8, x_{14}, \ldots\})$ $g_1 \rightarrow y_1$
x_2, y_2	$\not x_{14}$ x_3 $\not x_{10}$ $x_{12} \ldots$	$g_2 = \mathrm{MG}(\{x_2, x_3, x_{12}, \ldots\})$ $g_2 \rightarrow y_2$

- instable : dépend de la graine et de l'ordre des exemples ;
- pour un exemple donné, un moindre généralisé correct conclut sur une unique classe (-1 ou $+1$) ou s'abstient (0).

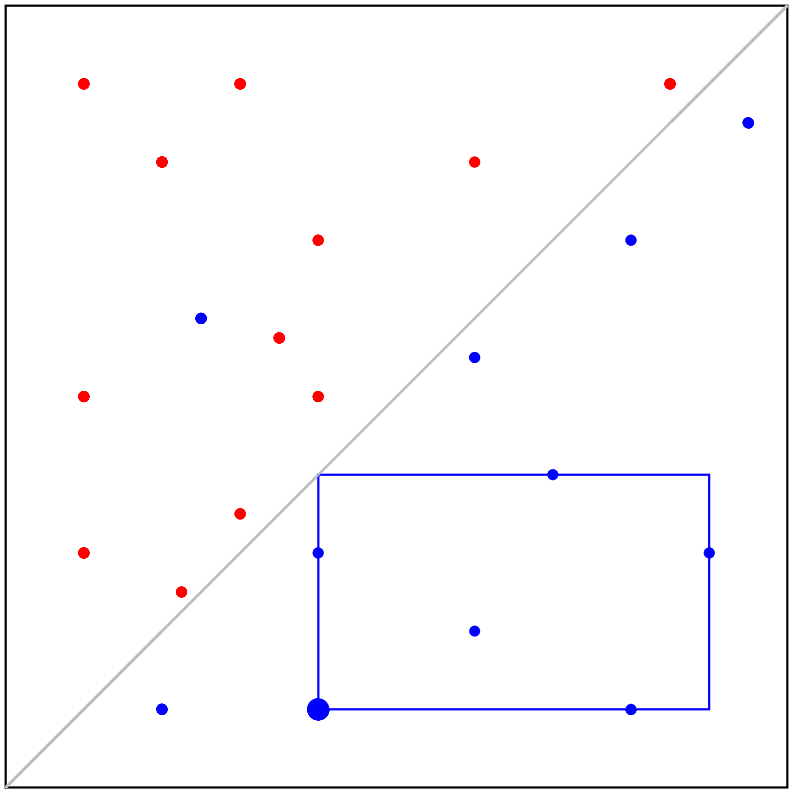
MGC : l'algorithme

Entrées : $E = [e_1, \ldots, e_n] \subseteq \mathcal{E}$ un ensemble *ordonné* de n exemples de la même classe, N un ensemble de contre exemples.

Sortie : $h \in \mathcal{H}$ une généralisation de E, maximalement correcte par rapport à E et N.

1: $g = e_1$
2: **for** $i = 2$ to n **do**
3: $g' = \mathtt{MG}(g, e_i)$ {généralisation visant à intégrer e_i}
{si g' est est correcte}
4: **if** $(\forall e \in N : g' \not\succeq e)$ **then**
5: $g = g'$ {g' devient la généralisation courante}
6: **end if**
7: **end for**
8: **return** $h(x) = \text{class}(E)$ si $g \succeq x$, 0 sinon (abstention)

MGC : déroulement



La suite : construire un classifieur complet.

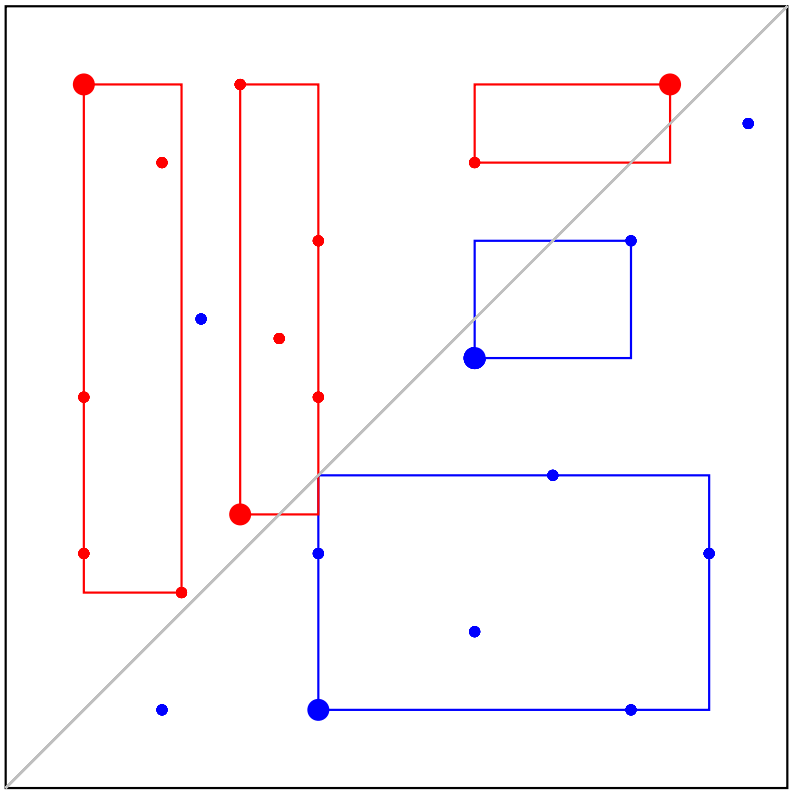
DLG [Webb and Agar, 1992] : l'algorithme

Principe : couverture gloutonne des exemples, on répète le calcul de moindre généralisé correct sur les exemples non couverts jusqu'à couverture complète des exemples.

Entrées : A un ensemble de n exemples (x_i, y_i).
Sortie : H le classifieur final.

1: $O = A$; $t = 0$
2: **while** $(O \neq \emptyset)$ **do**
3: $target$ = classe du premier exemple de O
4: $P = [x_i \in O | y_i = target]$
5: $N = [x_i \in A | y_i \neq target]$
6: $h_t = \texttt{MGC}(P,N)$ {appel à l'algorithme MGC}
7: $O = O - [x \in O : h_t \succeq x]$
8: $t = t + 1$
9: **end while**
10: **return** $H(x) = \mathrm{ArgMax}_k |\{h_t : h(x) = k\}|$

DLG :déroulement



GloBo [Torre, 1999] : principes

Objectif : combattre la dépendance à l'ordre des exemples et chercher la compréhensibilité.

Principes de GloBo

1. calculer plusieurs moindre-généralisés en utilisant des exemples différents comme graine et des exemples de la même classe mélangés ;
2. retenir les règles qui permettent une couverture minimale des exemples.

Si chaque exemple sert à un moment de graine, alors au final tout exemple est couvert par au moins une hypothèse.

GloBo : l'algorithme I

Entrées : A un ensemble de n exemples (x_i, y_i).
Sortie : H le classifieur final.

1: $R' = \emptyset$ {un appel à MGC par exemple de A}
2: **for** $i = 1$ to n **do**
3: $P = [x_j | y_j = y_i \wedge i \neq j]$
4: $N = [x_j | y_j \neq y_i]$
5: mélanger P aléatoirement
6: $h_i = \texttt{MGC}(x_i :: P, N)$ {x_i en tête des positifs}
7: ajouter h_i à R'
8: **end for**

GloBo : l'algorithme II

{couverture minimale}

$R = \emptyset$

while $(\exists x_i, \forall h_j \in R, h_j \not\succeq x_i)$ **do**

  $h = \mathrm{ArgMax}_{h_i \in R'} |[x_j : h_i \succeq x_j \wedge \nexists h_k \in R : h_k \succeq x_j]|$

  ajouter h à R

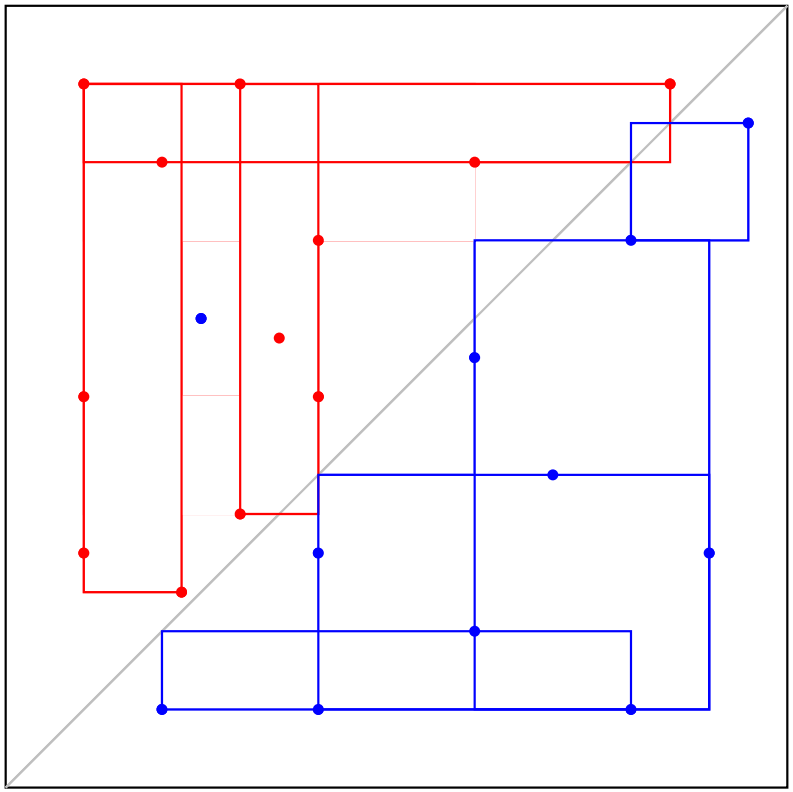
end while

return $H(x) = \mathrm{ArgMax}_k |\{h \in R : h(x) = k\}|$

Couverture minimale : problème NP-complet.

Heuristique quadratique : les règles les plus couvrantes d'abord.

GloBo : déroulement



... puis calcul de la couverture minimale.

... et si l'on gardait toutes les règles produites ?

Méthode d'ensemble

Idées générales

- on dispose d'un apprenant (*faible*) L ;
- on le contraint à produire diverses hypothèses h_t ;
- les h_t sont combinées au sein d'un vote.

Éléments constitutifs

Une méthode d'ensemble se définit par :

- $\mathcal{H}$ et l'apprenant faible L ;
- la méthode de production des T hypothèses h_t issues de $\mathcal{H}$;
- la stratégie d'attribution des poids α_t aux h_t.

Sortie

Une méthode d'ensemble fournit un classifieur H :

Méthodes aléatoires : principes

Principes

- ne pas toucher à l'échantillon (*bagging*) ;
- ne pas jouer sur la distribution (*boosting*) ;
- mais simplement rendre l'apprenant instable (*randomization*) ;
- puis voter à égalité.

Exemple : les arbres de décision aléatoires de [Dietterich, 2000].

GloBoost [Torre, 2005] : l'algorithme

Entrées : n exemples (x_i, y_i) et T un nombre d'itérations.
Sortie : H le classifieur final.

1: **for** $t = 1$ to T **do**
2: $target$ = classe choisie au hasard
3: $P = \{x_i | y_i = target\}$
4: $N = \{x_i | y_i \neq target\}$
5: mélanger P aléatoirement
6: $h_t = \texttt{MGC}(P,N)$ {appel à l'algorithme MGC}
7: **end for**
8: **return** $H(x) = \text{sign}\left(\sum_{t=1}^{T} h_t(x)\right)$

Bagging [Breiman, 1996] : principes

Points de départ

- décomposition de l'erreur en biais/variance ;
- la variance : plusieurs hypothèses de $\mathcal{H}$ sont équivalentes par rapport à A, il est difficile de choisir.

Idée : on ne choisit pas, on en prend plusieurs et on les fait voter.

Esquisse de la méthode

- apprendre chaque h_t à partir d'un échantillon E tiré aléatoirement dans l'échantillon complet A ($|E| = |A|$) ;
- poids identique pour chaque h_t.

Bagging-MG : l'algorithme

Entrées : n exemples x_i et leurs classes y_i ; T un nombre d'itérations à effectuer.

Sortie : H le classifieur final.

1: **for** $t = 1$ to T **do**
2: $A_t = \emptyset$
3: **for** $i = 1$ to n **do**
4: tirer un exemple au hasard et le placer dans A_t
5: **end for**
6: $target =$ une classe tirée au hasard
7: $P = \{x_i \in A_t | y_i = target\}$
8: $N = \{x_i \in A_t | y_i \neq target\}$
9: $h_t = \texttt{MGC}(P,N)$ {appel à l'algorithme MGC}
10: ajouter h_t à H
11: **end for**
12: **return** H

Boosting [Freund, 1995] : principes

- L'instabilité est introduite en jouant sur la distribution des exemples d'apprentissage ;
- à l'étape t, L apprend h_t au mieux les exemples de poids forts, puis les poids des exemples mal classés par h_t sont augmentés et les poids des exemples bien classés par h_t sont diminués ;
- algorithme AdaBoost, version pour hypothèse faible capable d'abstention [Schapire and Singer, 1999].

AdaBoostMG : l'algorithme I

Entrées : n exemples x_i et leurs classes $y_i \in \{-1, +1\}$; T un nombre d'itérations à effectuer.

Sortie : H le classifieur final.

1: **for** $i = 1$ to n **do**
2: $w_i = 1/n$ {initialisation des poids des exemples}
3: **end for**
4: **for** $t = 1$ to T **do**
5: $target$ = la classe de l'exemple de poids le plus fort
6: $P = \{x_i | y_i = target\}$
7: $N = \{x_i | y_i \neq target\}$
{prise en compte de la distribution}
8: trier P par poids décroissant
9: $h_t = \texttt{MGC}(P,N)$ {appel à l'algorithme MGC}
10: **for** $b \in \{-, 0, +\}$ **do**

AdaBoostMG : l'algorithme II

11: $W_b = \sum_{i:\text{sign}(y_i h_t(x_i))=b} w_i$

12: **end for**

13: $\alpha_t = \frac{1}{2}\log\left(\frac{W_+ + \frac{1}{2}W_0}{W_- + \frac{1}{2}W_0}\right)$

14: $Z_t = \sum_i^n [w_i.\exp(-\alpha_t y_i h_t(x_i))]$

15: **for** $i = 1$ to n **do**

16: $w_i = \frac{w_i.\exp(-\alpha_t y_i h_t(x_i))}{Z_t}$

17: **end for**

18: **end for**

19: **return** $H(x) = \text{sign}\left(\sum_{t=1}^{T} \alpha_t h_t(x)\right)$

AdaBoostMG : l'algorithme III

voir animations

Résumé

Architecture à trois niveaux :

- le premier niveau fournit l'opération MG permettant de calculer l'hypothèse moindre généralisée d'un ensemble d'exemples quelconque, il découle de $\mathcal{H}$ et $\succeq$;
- le deuxième prend en compte les classes des exemples pour produire des hypothèses correctes, ou quasi-correctes si du bruit de classe est présent (MGC) ;
- le dernier niveau permet l'apprentissage d'un classifieur complet, par combinaison de règles élémentaires apprises par le niveau précédent :
  - DLG : rapide mais peu prédictif et peu compréhensible ;
  - GloBo : plus lent mais plus compréhensible ;
  - méthodes d'ensemble : meilleures prédictions.

Seul le premier dépend des langages de représentation $\mathcal{E}$ et $\mathcal{H}$.

Plan de l'exposé

Application à l'inférence grammaticale

Les exemples ($\mathcal{E}$) sont des mots, les hypothèses ($\mathcal{H}$) des automates.

Trouver des classes de langages et algorithmes associés tels que :

- apprentissage par positifs seuls ;
- reconnaissance du plus petit langage de la classe contenant les mots positifs donnés ;
- disponible en version incrémentale.

Langages candidats : les k-TSS [García and Vidal, 1990], les k-réversibles [Angluin, 1982], etc.

Langages k-TSS [García and Vidal, 1990]

Définition : langage k testable au sens strict ($k \geq 1$)

Un langage k-TSS, k étant fixé, est défini par :

- I les segments initiaux autorisés u ($|u| = k-1$) ;
- F les segments finaux autorisés v ($|v| = k-1$) ;
- T les segments interdits, tous de taille égale à k ;
- W les mots w du langage tels que $|w| < k-1$) ;

Formellement :

$$L(\Sigma, I, F, T, W) = W \cup (I\Sigma^* \cap \Sigma^* F) \setminus \Sigma^* T \Sigma^*$$

Adaptation de l'algorithme en version incrémentale : MG-TSSI.

MG-TSSI : l'algorithme I

Clef : chaque état est identifié par la séquence des $k-1$ dernières lettres lues pour arriver à cet état.

Algorithme MG-TSSI (h, w, k)

Entrées : $h = (Q, \Sigma, q_0, F)$ un k-TSS, w un mot et un entier k
Sortie : h' un k-TSS minimal généralisant h et couvrant w

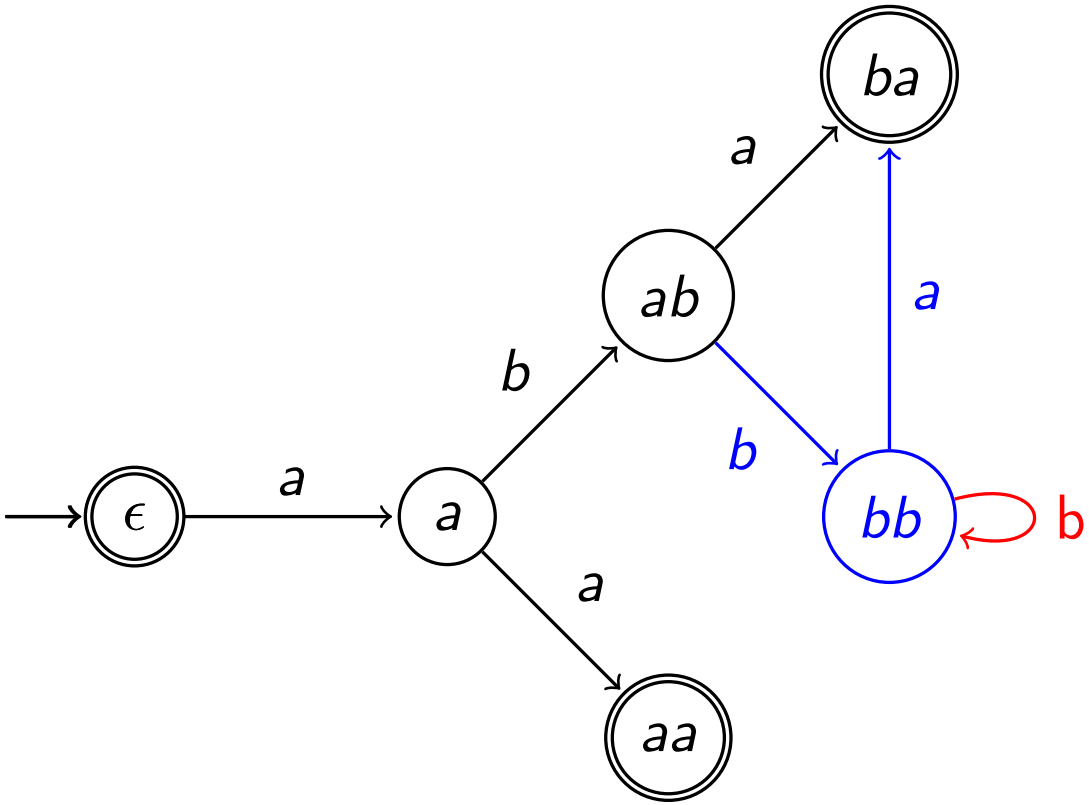
1: $q = q_0$
2: **for** $i = 1$ to $|w|$ **do**
3: $\quad v = q.w_i$ {concat. du mot de q avec la i^e lettre de w}
4: $\quad$ **if** $(|v| = k)$ **then**
5: $\quad\quad v = v_{2,\ldots,|v|}$
6: $\quad$ **end if**

MG-TSSI : l'algorithme II

7: $nq = v$
8: ajouter nq à Q {nq peut déjà être présent dans Q}
9: ajouter (q, w_i, nq) à δ
10: $q = nq$
11: **end for**
12: ajouter q à F
13: **return** $h' = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

MG-TSSI : déroulement

1. Échantillon $S = \{\epsilon, aa, aba\}$ et $k = 3$;
2. automate inféré :



3. ajout de *abba* ; ajout de *abbba*.

Automates 0-réversibles [Angluin, 1982]

Définition : 0-réversible

Un automate A est 0-réversible s'il est déterministe dans les deux sens : A est déterministe et son miroir A^R l'est aussi.

L'algorithme ZR de [Angluin, 1982] :

1. construction du PTA de l'échantillon ;
2. le généralise pour le rendre 0-réversible.

Adaptation de l'algorithme en version incrémentale : MG-ZR.

MG-ZR : l'algorithme I

Algorithme MG-ZR (h, w)

Entrées : $h = (Q, \Sigma, q_0, F)$ un automate 0-réversible, w un mot

Sortie : h' un 0-réversible minimal généralisant h reconnaissant w

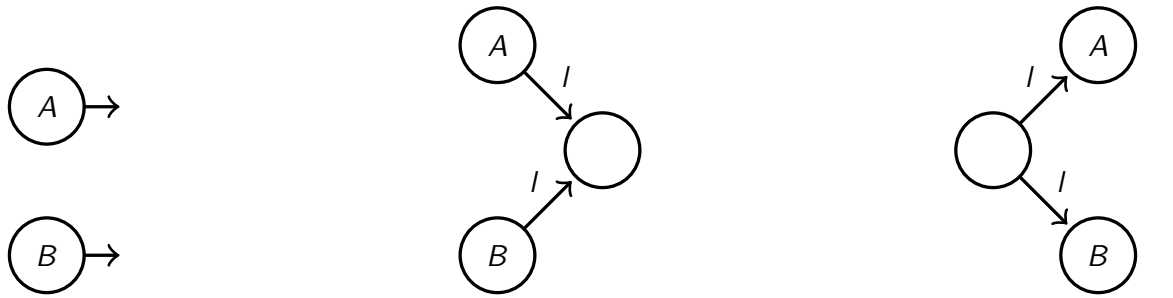
1: $i = 1$; $q = q_0$
{suivi des états existants}
2: **while** $\delta(q, w_i)$ is defined **do**
3: $q = \delta(q, w_i)$; $i = i + 1$
4: **end while**
{création d'une nouvelle branche pour les lettres restantes}
5: **while** $i \leq |w|$ **do**
6: créer un état q' et l'ajouter à Q
7: ajouter (q, w_i, q') à δ ; $i = i + 1$
8: **end while**
9: ajouter q à F

MG-ZR : l'algorithme II

{mise en œuvre des fusions}

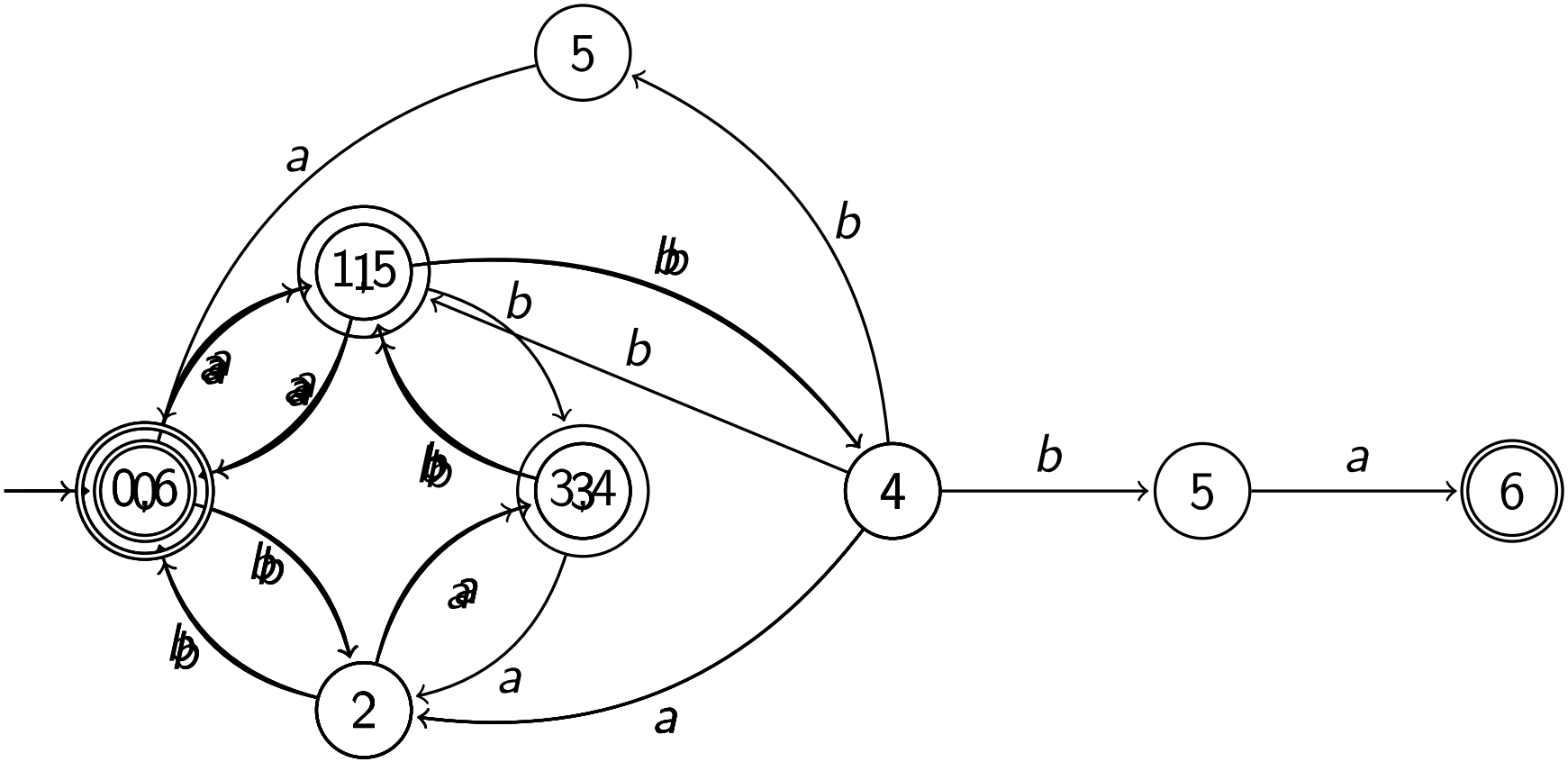
10: fusionner les états de F {deux états au plus}
11: **repeat**
12: si $\exists A, B \in Q$ et $\exists I \in \Sigma$ tels que $\delta(A, I) = \delta(B, I)$, fusionner A et B
13: si $\exists A, B, E \in Q$ et $\exists I \in \Sigma$ tels que $\delta(E, I) = \{A, B\}$, fusionner A et B
14: **until** no fusion
15: return $h' = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

Situations dans lesquelles les états A et B sont fusionnées par ZR :



MG-ZR : déroulement

$S = \{\epsilon, aa, bb, abab, baba\}$, ajout du mot *abba*.



[Fernau, 2005] : regroupements, alignement, généralisation

1. Échantillon : $S = \{ababb, aabb, ababa, abc\}$
2. alignement :

$$\begin{array}{cccccc} (a) & (b) & (a) & (bb) & & \\ (aa) & (bb) & & & & \\ (a) & (b) & (a) & (b) & (a) & \\ (a) & (b) & (c) & & & \end{array}$$

3. généralisation

$$\begin{array}{cccc} a^+b^+(a & & & |\epsilon|c) \\ a^+b^+(a & b^+ & & |\epsilon|c) \\ a^+b^+(a & b^+ & (\epsilon|a) & |\epsilon|c) \end{array}$$

4. résultat : $a^+.b^+.(a.b^+.(\epsilon|a)|\epsilon|c).$

MG-REG

1. Échantillon : $S = \{ababb, aabb, ababa, abc\}$
2. alignement :

$$\begin{array}{cccccc} (a) & (b) & (a) & (bb) & & \\ (aa) & (bb) & & & & \\ (a) & (b) & (a) & (b) & (a) \end{array}$$

3. généralisation : $a^{\{1,2\}} b^{\{1,2\}} a^{\{0,1\}} b^{\{0,2\}} a^{\{0,1\}}$;
4. ajout de abc : $a^{\{1,2\}} b^{\{1,2\}} .^{\{0,1\}} b^{\{0,2\}} a^{\{0,1\}} .$

Plan de l'exposé

Protocole expérimental

- Combinaisons entre (DLG, GloBo, GloBoost,AdaBoost-MG) et (MG-TSSI, MG-ZR, MG-REG) ;
- comparées à RPNI [Oncina and García, 1992], TraxBar [Lang, 1992] et Red-Blue [Lang et al., 1998] ;
- jeux de données (à deux classes) en provenance de l'*UCI repository* [Blake and Merz, 1998] et `soccer` ;
- validation croisée 10 fois, pour les algorithmes stochastiques, chaque exécution est répétée 10 fois ;
- 1 000 itérations pour les méthodes d'ensemble ;
- moyenne des taux de bonne classification en test.

tic-tac-toe

Références :

Majorité	RPNI	TraxBar	Red-Blue
65.34 %	91.13 %	90.81 %	**93.89 %**

Combinaisons d'automates :

	DLG	GloBo	GloBoost	AdaBoost-MG
MG-TSSI	79.02 %	81.43 %	91.47 %	90.27 %
MG-ZR	96.76 %	95.84 %	98.36 %	98.31 %
MG-REG	95.20 %	99.77 %	98.56 %	**99.61 %**

GloBo +MG-TSSI GloBo +MG-ZR GloBo +MG-REG

badges

Références :

Majorité	RPNI	TraxBar	Red-Blue
71.43 %	62.24 %	57.48 %	61.09 %

Combinaisons d'automates :

	DLG	GloBo	GloBoost	AdaBoost-MG
MG-TSSI	73.61 %	72.24 %	72.69 %	73.47 %
MG-ZR	71.43 %	71.43 %	71.43 %	-
MG-REG	98.30 %	99.93 %	95.10 %	**100.0 %**

DLG +MG-TSSI DLG +MG-ZR AdaBoost-MG +MG-REG

promoters

Références :

Majorité	RPNI	TraxBar	Red-Blue
50.00 %	- %	56.60 %	**63.02 %**

Combinaisons d'automates :

	DLG	GloBo	GloBoost	AdaBoost-MG
MG-TSSI	53.53 %	60.00 %	61.13 %	61.51 %
MG-ZR	50.00 %	50.00 %	50.00 %	50.00 %
MG-REG	69.81 %	70.85 %	**86.23 %**	85.66 %

DLG +MG-ZR

GloBoost +MG-REG

soccer

Références :

Majorité	RPNI	TraxBar	Red-Blue
50.00 %	62.50 %	58.33 %	**63.06 %**

Combinaisons d'automates :

	DLG	GloBo	GloBoost	AdaBoost-MG
MG-TSSI	64.31 %	59.17 %	72.08 %	68.89 %
MG-ZR	52.78 %	50.00 %	53.19 %	56.81 %
MG-REG	69.44 %	65.28 %	**73.33 %**	68.33 %

GloBoost +MG-TSSI

GloBoost +MG-REG

us-first-name

Références :

Majorité	RPNI	TraxBar	Red-Blue
81.62 %	81.42 %	81.37 %	**82.83 %**

Combinaisons d'automates :

	DLG	GloBo	GloBoost	AdaBoost-MG
MG-TSSI	84.19 %	83.83 %	**89.14** %	86.10 %
MG-ZR	81.77 %	81.97 %	83.07 %	83.92 %
MG-REG	87.75 %	88.40 %	88.28 %	87.32 %

splice

Références :

Majorité	RPNI	TraxBar	Red-Blue
50.26 %	- %	**58.33 %**	54.65 %

Combinaisons d'automates :

	DLG	GloBo	GloBoost	AdaBoost-MG
MG-TSSI	67.61 %	73.42 %	78.07 %	79.79 %
MG-ZR	-	-	-	-
MG-REG	85.57 %	89.93 %	93.46 %	**94.91 %**

AdaBoost +MG-REG

Variations sur la taille d'un échantillon

Problème `tic-tac-toe`.

% en apprentissage	90 %	50 %	25 %	10 %
Red-Blue	93.89 %	85.07 %	73.04 %	68.29 %
AB-MG + MG-TSSI	90.27 %	82.33 %	76.29 %	69.57 %
GloBoost + MG-ZR	98.36 %	98.00 %	93.20 %	66.96 %
GloBo + MG-REG	99.77 %	99.23 %	93.38 %	72.28 %

Bilan de ces expérimentations

- Sur chaque problème, le meilleur système est l'un de ceux que nous avons proposés ;
- soit GloBoost, soit AdaBoost-MG, classement déjà observé en attributs-valeurs ;
- amélioration des performances avec l'augmentation du nombre d'hypothèses produites (10, 100 et 1 000) ;
- résultats décevants des combinaisons de 0-réversibles ;
- bonne résistance à la diminution de la taille de l'échantillon.

Bilan

Validation de la démarche :

- Utilisation d'un cadre générique à base de moindres généralisés ;
- instancié par des méthodes d'inférence grammaticale apprenant par positifs seuls ;
- récupération immédiate de méthodes d'ensemble ;
- résultats expérimentaux satisfaisants.

Perspectives

- Tester la résistance au bruit, par exemple en utilisant l'*accuracy de Laplace* [Clark and Boswell, 1991] pour valider une généralisation dans `MGC` ; ▸ voir Laplace
- gagner en diversité pour AdaBoost ?
- proposer des solutions en cas de moindres-généralisés multiples ; ▸ voir les cercles
- améliorer notre algorithme d'apprentissage d'expressions régulières ;
- passer aux arbres et aux graphes.

Bibliographie I


Angluin, D. (1982).
Inference of reversible languages.
Journal of the ACM, 29(3) :741–765.


Blake, C. and Merz, C. (1998).
UCI repository of machine learning databases
[http ://archive.ics.uci.edu/ml/].


Breiman, L. (1996).
Bagging predictors.
Machine Learning, 24(2) :123–140.

Bibliographie II


Clark, P. and Boswell, R. (1991).
Rule induction with CN2 : Some recent improvements.
In *Proc. Fifth European Working Session on Learning*, pages 151–163, Berlin. Springer.


Clark, P. and Niblett, T. (1989).
The cn2 induction algorithm.
Machine Learning, 3(4) :261–283.


Dietterich, T. G. (2000).
An experimental comparison of three methods for constructing ensembles of decision trees : Bagging, boosting, and randomization.
Machine Learning, 40(2) :139–158.

Bibliographie III


Feigenbaum, E. A. (1977).
The art of artificial intelligence : Themes and case studies of knowledge engineering.
In Reddy, R., editor, *Proceedings of the 5th International Joint Conference on Artificial Intelligence*, pages 1014–1029. Morgan Kaufmann.


Fernau, H. (2005).
Algorithms for learning regular expressions.
In Jain, S., Simon, H.-U., and Tomita, E., editors, *Algorithmic Learning Theory, 16th International Conference, ALT 2005, Singapore, October 8-11, 2005, Proceedings*, volume 3734 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 297–311. Springer.

Bibliographie IV


Freund, Y. (1995).
Boosting a weak learning algorithm by majority.
Information and Computation, 121(2) :256–285.


García, P. and Vidal, E. (1990).
Inference of k-testable languages in the strict sense and application to syntactic pattern recognition.
IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., 12(9) :920–925.


Lang, K. J. (1992).
Random dfa's can be approximately learned from sparse uniform examples.
In *Proceedings of the Fifth Annual ACM Workshop on Computational Learning Theory*, pages 45–52. ACM Press.

Bibliographie V


Lang, K. J., Pearlmutter, B. A., and Price, R. A. (1998).
Results of the abbadingo one dfa learning competition and a new evidence-driven state merging algorithm.
In *ICGI '98 : Proceedings of the 4th International Colloquium on Grammatical Inference*, pages 1–12, London, UK. Springer-Verlag.


Oncina, J. and García, P. (1992).
Identifying regular languages in polynomial time, pages 99–108.

World Scientific Publishing.

Bibliographie VI


Schapire, R. E. and Singer, Y. (1999).
Improved boosting algorithms using confidence-rated predictions.
Machine Learning, 37(3) :297–336.


Torre, F. (1999).
GloBo : un algorithme stochastique pour l'apprentissage supervisé et non-supervisé.
In Sebag, M., editor, *Actes de la Première Conférence d'Apprentissage*, pages 161–168.


Torre, F. (2005).
Globoost : Combinaisons de moindres généralisés.
Revue d'Intelligence Artificielle, 19(4-5) :769–797.

Bibliographie VII


Webb, G. I. and Agar, J. W. M. (1992).
Inducing diagnostic rules for glomerular disease with the DLG machine learning algorithm.
Artificial Intelligence in Medicine, 4 :419–430.

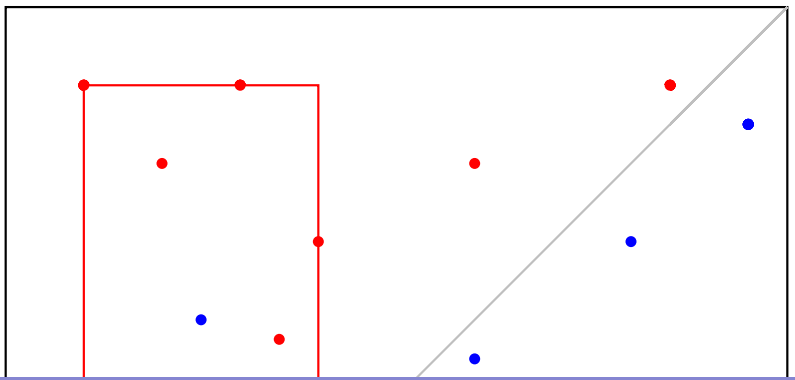
Bruit et précision de Laplace [Clark and Niblett, 1989]

Idée

Autoriser la couverture d'exemples d'autres classes : trouver un compromis entre le nombre total d'exemples couverts par une règle (t) et le nombre d'exemples bien classés par cette règle (b).

Mesures

$$\text{Précision} = \frac{b}{t} = \frac{1}{1} = 100\% = \frac{2}{2} = 100\% = \frac{7}{8} = 87.5\% =$$
$$\text{Précision de Laplace} = \frac{b+1}{t+k} = \frac{1+1}{1+2} = 66.67\% = \frac{2+1}{2+2} = 75\% = \frac{7+1}{8+2} =$$



Données bruitées (2)

Solution pour le bruit

- on réclamait un maintien absolu de la correction ;
- on veut maintenant que la précision de Laplace aille croissante.

$$\text{Précision de Laplace} = \frac{b+1}{t+k}$$

Le critère de validation d'une généralisation dans MGC devient :

1: **if** (PrecisionLaplace(h') $\geq$ PrecisionLaplace(h)) **then**
2: $h = h'$
3: **end if**

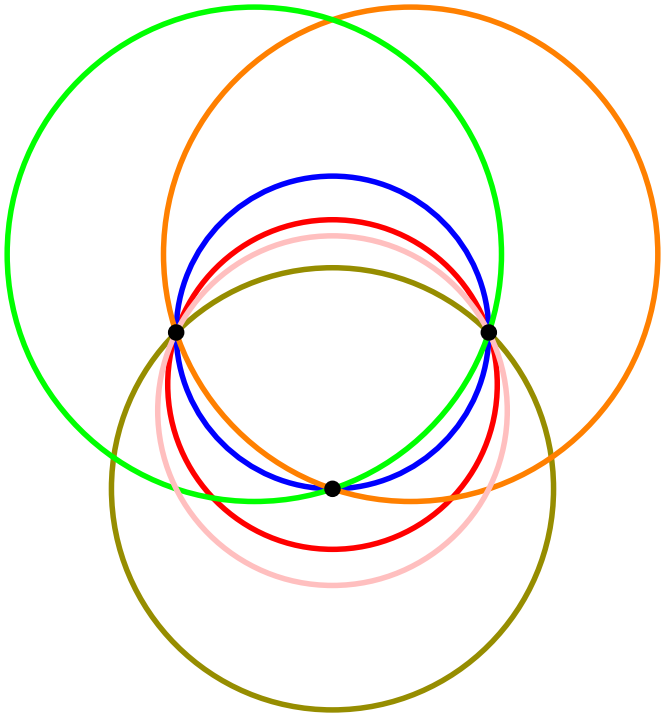
Des hypothèses-cercles

- $\mathcal{E} = \mathbb{R}^2$;
- $d(A, B) = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$;
- $\mathcal{H} = \{(c, r) | (c \in \mathbb{R}^2) \text{ et } (r \in \mathbb{R}^+)\}$;
- $h \succeq e \Leftrightarrow d(c_h, e) \leq r_h$.

Unicité et calcul du moindre généralisé ?

Cercles multiples

Pour un ensemble de points de $\mathbb{R}^2$, il y a une infinité de cercles qui enveloppent ces points...



Cercles : unicité algorithmique

Idée : la graine sert de centre et on augmente le rayon...